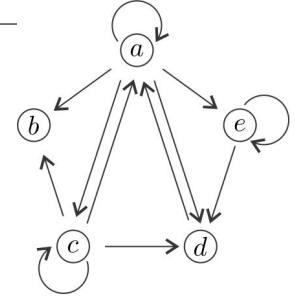


Име и презиме: _____

Максималан број поена је 5. У угластим заградама су наведени поени.

ЗАДАТАК 1. Слика десно дефинише бинарни предикат $R(\cdot, \cdot)$ на универзуму који чине a, b, c, d, e .



1.1. За које вредности променљиве x је тачна формула? (Само потпуно тачни одговори доносе поене.)

Формула $R(x, x) \Rightarrow \forall y R(x, y)$ је тачна за x : _____ [0.2]

Формула $\forall y (R(y, x) \Rightarrow R(x, y))$ је тачна за x : _____ [0.2]

Формула $\forall y R(x, y) \Rightarrow \forall y R(y, x)$ је тачна за x : _____ [0.2]

1.2. Одредити истинитосну вредност реченице, заокруживањем одговора:

Реченица $\exists x \forall y R(x, y) \wedge \exists x \forall y R(y, x)$ је: ТАЧНА НЕТАЧНА [0.2]

Реченица $\forall x \forall y \exists z (R(x, z) \wedge R(y, z))$ је: ТАЧНА НЕТАЧНА [0.2]

ЗАДАТАК 2. Доказати $p, p \vee q \Rightarrow \neg s, r \Rightarrow s \vdash \neg r$ користећи само основна правила природне дедукције.

$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} (\wedge^L_E)$	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\beta} (\wedge^D_E)$	$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta} (\wedge^U)$	$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} (\vee^L_U)$	$\frac{\beta}{\alpha \vee \beta} (\vee^D_U)$
$\frac{\alpha \vee \beta \quad \left \begin{array}{c} \alpha \\ \vdots \\ \gamma \end{array} \right \left \begin{array}{c} \beta \\ \vdots \\ \gamma \end{array} \right.}{\gamma} (\vee_E)$	$\frac{\alpha \Rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta} (\Rightarrow_E)$	$\frac{\left \begin{array}{c} \alpha \\ \vdots \\ \beta \end{array} \right.}{\alpha \Rightarrow \beta} (\Rightarrow_U)$	$\frac{\alpha \quad \neg \alpha}{\perp} (\neg_E)$	$\frac{\left \begin{array}{c} \alpha \\ \vdots \\ \perp \end{array} \right.}{\neg \alpha} (\neg_U)$
				$\frac{\left \begin{array}{c} \neg \alpha \\ \vdots \\ \perp \end{array} \right.}{\alpha} (\perp_C)$

Доказ: [2]

ЗАДАТАК 3. Сабирање природних бројева је дефинисано једнакостима (\bar{n} је следбеник броја n):

$$(Rec1) \quad m + 0 = m$$

$$(Rec2) \quad m + \bar{n} = \overline{m + n}$$

Доказати да је $\overline{m} + n = m + \bar{n}$, за све природне бројеве m и n .

Доказ: (Сваки корак објаснити.) [1]

ЗАДАТАК 4. Формална теорија \mathcal{F} је одређена на следећи начин:

- алфабет садржи три симбола, $\{ |, *, = \}$;
- формуле су све речи облика $x * y = z$, где су x, y, z речи записане само симболом $|$;
- једина аксиома је формула $| * |=|$;
- правила извођења су:

$$(R1) \quad \frac{x * y = z}{x * y| = zx} \quad (R2) \quad \frac{x * y = z}{y * x = z}$$

4.1. Доказати $\vdash_{\mathcal{F}} ||| * || = |||||$.

Доказ: [0.7]

4.2. Ако је $\vdash_{\mathcal{F}} \underbrace{|| \dots ||}_{20 \text{ пута}} * \underbrace{|| \dots ||}_{22 \text{ пута}} = \underbrace{|| \dots ||}_{k \text{ пута}}$, онда је k једнако _____. [0.3]