

I Домаћи задатак (ВиСБ) ,  
Математички факултет, март 2012.

1. Нека је  $X_1, X_2, \dots, X_n$  прост случајан узорак и обележје  $X : \beta(\theta, 1)$  односно функција густине случајне величине  $X$  је:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & \text{за } 0 < x \leq 1; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Одредити функцију густине случајне величине  $Z = -\ln X$ . (0.5)

б) За оцену параметра  $\theta$  предлаже се оцена

$$\hat{\theta} = \frac{-n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}.$$

Да ли је оцена непристрасна? Да ли је асимптотски непристрасна? Одредити  $D(\hat{\theta})$ . (2)

2. Нека је обележје  $X : \mathcal{E}(\lambda)$  и  $Y_1 = \min_{1 \leq k \leq n} (X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Одредити функцију густине случајне величине  $Y_1$ ,  $EY_1$  и  $DY_1$  (1.5)

3. Следећи подаци представљају промену цена на берзи за 35 случајно изабраних недеља. Формирати бокс-плот на основу ових података и одредити аутлајере, ако постоје. (1)

-2.875 - 0.875 - 0.250 0.000 1.375 - 1.625 - 0.750 - 0.125 0.000 1.375  
-1.500 - 0.750 - 0.125 0.125 1.375 - 1.500 - 0.750 - 0.125 0.125 - 1.375  
-0.500 - 0.125 - 0.125 - 1.250 - 0.500 - 0.125 0.625 - 1.125 - 0.375 - 0.125  
0.625 - 1.000 - 0.250 - 0.125 1

4. У анкети о здравој исхрани једно од питања била је и тежина испитаника. Одговори на то питање 25 женских испитаника су (у кг):

55 75 72 56 83 62 68 69 60 75 72 76 77 62 75 62 64 66 66 72 72 66 66 72 72

а) Формирати хистограм густине. (0.5)

б) Формирати "стабло-лишће" дијаграм. (0.5)

в) Одредити медијану узорка, узорачку средину и узорачку дисперзију. Изгледа ли да је расподела померена и ако да, на коју страну? (0.5)

г) Одредити емпиријску функцију расподеле за посматрано обележје. (0.5)