ДОМАЋИ ЗАДАТАК 2 – ТЕОРИЈА ВЕРОВАТНОЋЕ децембар 2011.

1. Нека случајна величина X има $G(p)$ расподелу, $0 < p < 1$. Доказати да се одговарајућа карактеристична функција $\varphi_X(t)$ случајне величине X може приказати као:

$$\varphi_X(t) = \lim_{n\to+\infty} g_1(t) \cdot g_2(t) \cdot \ldots \cdot g_n(t)$$

где је $g_k(t), k = \overline{1, n}$, карактеристична функција неке случајне величине.

2. **а)** Проверити да ли важи:

$$X_n \xrightarrow{P} X \Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{P} 0$$
$$X_n \xrightarrow{\text{с.с.}} X \Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{\text{с.с.}} 0$$
$$X_n \xrightarrow{D} X \not\Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{D} 0,$$

при $n \to +\infty$.

б) Доказати да важи:

$$X_n \xrightarrow{D} 0 \Leftrightarrow X_n \xrightarrow{P} 0,$$

при $n \to +\infty$.

в) Ако је $X_n(\omega) \geq X_{n+1}(\omega), \forall\omega \in \Omega, \forall n \in \mathbb{N}$, онда $X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{\text{с.с.}} X$, при $n \to +\infty$.

3. Да ли за низ независних случајних величина $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ важи услов Љапунова, ако случајна величина X_n има закон расподеле:

$$X_n : \begin{pmatrix} -2^n & 0 & 2^n \\ \dfrac{1}{4^n} & 1 - \dfrac{2}{4^n} & \dfrac{1}{4^n} \end{pmatrix}$$

за $\forall n \in \mathbb{N}$?