

Домаћи задатак

1. Случајна величина X има униформну $\mathcal{U}[-\theta, \theta]$ расподелу. На основу простог случајног узорка X_1, \dots, X_n за оцену параметра тета предлажу се две оцене $\hat{\theta} = c_1 \sum_{i=1}^n |X_i|$ и $\hat{\theta} = c_2 Y_n$, где је $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$. Одредити константе c_1 и c_2 тако да су предложене оцене непристрасне. Која од оцена је боља у средњеквадратном смислу?
2. Обележје X има експоненцијалну $\mathcal{E}(\lambda)$ расподелу где је $\lambda \in \{1, 2\}$. На основу узорка $1/3, 1$ одредити оцену максималне веродостојности.
3. Дефинисати грешку прве врсте. Како се назива вероватноћа грешке прве врсте? Обележје X има функцију густине $f(x)$. За тестирање нулте хипотезе $H_0 : f(x) = 1 - |x|, x \in [-1, 1]$ против алтернативе $H_1 : f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$, на основу узорка обима 2, предлаже се критична област $W = \{|x_1| > c, |x_2| > c\}$. Ако је ниво значајности теста 0.1 одредити моћ теста.
4. Обележје X има нормалну $\mathcal{N}(m, 4)$ расподелу. Израчунати обим узорка за који дужина 99% интервала поверења за непознати параметар m добијеног на основу тог узорка неће бити већа од 1.
5. Сматра се да је производни процес стабилан ако дисперзија праћеног обележја X , које има нормалну $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ расподелу није већа од 2. На основу узорка обима 25 добијена је средња вредност и износи 17.8 и дисперзија која износи 1.8. Са прагом значајности 5% проверити да ли је производни процес стабилан.
6. Мајка је Пери и Аци купила на поклон по пакет од 20 кликера. Пери је наменила пакет од 10 "стакленаца" и 10 "порцуланаца", а Аци пакет од 19 "стакленаца" и једног "порцуланца". Међутим, након што је запаковала пакете заборавила је који је чији. Не желећи да поквари паковања решила је да примени следећи тест: из пакета за који се претпоставља да је Перин извлачиће 4 кликера један за другим, без враћања, и ако сва 4 буду "стакленци" даће тај пакет Аци, у супротном Пери. Израчунати вероватноће грешака прве и друге врсте њеног теста.
7. Независне и једнако расподељене случајне величине X и Y имају експоненцијалну $\mathcal{E}(1)$ расподелу. Ако је $A = \{X > Y\}$ и $B = \{X + 2Y > 3\}$ испитати независност догађаја A и B .
8. Случајна величина X има униформну $\mathcal{U}[0, 1]$ расподелу, а случајна величина Y има униформну $\mathcal{U}[-1, 1]$ расподелу и X и Y су независне. Нека је $Z = |XY|$. Одредити функцију расподеле случајне величине Z .
9. Нека обележја X и Y представљају број позива упућених хитној помоћи у току једне ноћи у Нишу и Новом Саду, редом. Статистички завод је одлучио да изврши истраживање како би проверио да ли је просечан број позива у току једне ноћи у Новом Саду већи него у Нишу. Узет је узорак од 100 радних дана из једног и из другог града независно један од другог и добијено да су узорачке средине 9.9 и 9.4, редом. Поставити хипотезу и применити одговарајући тест ако је ниво значајности теста $\alpha = 0.05$. Претпоставља се да број позива у току једне ноћи има Пуасонову расподелу.
10. Извршено је истраживање о кредитној способности грађана. Од свих грађана који су 2010.године узели неку врсту кеш кредита, под истим условима, узет је узорак од 100 грађана. Утврђено је да од њих 100 35 није вратило кредит. Наћи 95% интервал поверења за вероватноћу да кредит не буде враћен.
11. Телевизијска компанија тврди да рекламни блокови трају у просеку 30 секунди. Незадовољни гледаоци сматрају да је просечно трајање реклама веће. Случајно је изабрано 28 рекламних блокова и израчуната је узорачка средина од 32 секунде и узорачко стандардно одступање од 9 секунди. Сматрајући да дужина блока има нормалну расподелу, с прагом значајности 0.05, ко можемо сматрати да је у праву, компанија или гледаоци?
12. На претходним изборима за владајућу странку гласало је 27% уписаних бирача, за опозицију 24%, за независне кандидате 9%, а остали нису изашли на изборе. Пред нове изборе анкетирано је 200 људи: 43 изјаснило се као присталице владајуће странке, 51 опозиције, 14 независних кандидата, а остали су изјавили да неће изаћи на изборе. Можемо ли с прагом значајности 0.05 сматрати да се расположење бирача није променило?