

Примери задатака за први део испита

1. Нека је \mathbf{X} узорак обима n из фамилије логнормалних расподела с густином $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\theta}} e^{-\frac{1}{2\theta}(\ln x - m)^2}$, $x > 0$. Наћи оцену максималне веродостојности параметра θ и испитати да ли је она непристрасна. Параметар m сматрати познатим.

2. Нека је \mathbf{X} узорак обима n из фамилије експоненцијалних $\mathcal{E}(\lambda)$ расподела и нека је априорна расподела параметра λ експоненцијална $\mathcal{E}(1)$. Наћи Бајесову оцену параметра λ као моду апостериорне расподеле.

3. Нека је \mathbf{X} узорак обима n из фамилије нормалних $\mathcal{N}(m, 4)$ расподела и нека m има априорну расподелу с неправом густином $\pi(m) = 1$, $m \in \mathbb{R}$. Наћи 95% интервал прекривања за параметар m ако је из узорка $\bar{x}_{10} = 23.58$.

4. Нека је \mathbf{X} узорак обима n из фамилије гама расподела с густином $f(x) = \frac{1}{2}\theta^3 x^2 e^{-\theta x}$, $x > 0$. Одредити униформно најмоћнији тест за тестирање хипотезе $H_0(\theta = 2)$ против алтернативе $H_1(\theta > 2)$, а затим с прагом значајности 0.05 тестирати наведену хипотезу ако је $n = 6$, а $\sum_{k=1}^n x_k = 5.56$.

5. Генератором случајних бројева добијен је следећи узорак:

0.13 0.82 0.18 0.45 0.27 0.26 0.31 0.02 0.28 0.43

Испитати да ли је дати узорак из униформне $\mathcal{U}[0, 1]$ расподеле тестом Колмогорова.