Форварди и Фјучерси

1 Основне карактеристике

Фјучерси и форварди су суштински различите врсте уговора. Неке од главних особина су следеће:

- Потписивање оба уговора се не плаћа;
- Форвадна цена, у свету неутралном од ризика, у тренутку t је
$$F_{t,T} = S_t e^{r(T-t)}.$$
- Фјучерси су стандардизовани уговори – не може се "погодити" купопродаја добара по свакој цени која одговара заинтересованим странама;
- Фјучерси се потписују преко клиринг кућа које су ту да обезбеде сигурну трговину. У том циљу, сваки од учесника оставља депозит-*маргину*. Тај износ је обично већи од просечне цене добара у блиском периоду.
- за фјучерсе се свакодневно врши "поравнавање" фјучерсне цене, односно купац добија (даје уколико је негативна) од продавца разлику у фјучерсним ценама. Овај процес је познат под називом *marking the market*;
- Ако је каматна стопа константна и нема исплата дивиденти, трошкова складисњења и трошкова трансакција, фјучерсна и форвардна цена се поклапају.

2 Хеџовање са форвардима и фјучерсима

Претпоставимо да инвеститор у тренутку t поседује N акција по цени S_t и жели да их прода у тренутку T. Зато може потписати форвард уговор са форвардном ценом $F_{t,T}$. На тај начин се штити од ризика да цене превише падну. Међутим понекад нема увек доступних уговора са карактеристикама које инвеститору одговарају. У тим ситуацијама се инвеститори могу одлучити да потпишу уговор који се односи на неку другу акцију са ценом $\widetilde{S}(t)$. Нека је $\widetilde{F}_{t,T}$ одговарајућа форвардна цена. Претпоставимо да је потписан уговор о продаји h "помоћних" акција. Тада у тренутку T трансакција има вредност

$$P = NS_T + h(F_{t,T} - \widetilde{S}_T).$$

Идеја је да се h одабере тако да се смањи одступање од очекиване вредности трансакције, односно да се минимизује $D(P)$.

$$D(P) = N^2 D(S_T) + h^2 D(\widetilde{S}_T) - NhCov(S_T, \widetilde{S}_T).$$

Одавде је h које минимизује дисперзију

$$h = N\frac{Cov(S_T, \widetilde{S}_T)}{D(\widetilde{S}_T)}.$$

3 Опције на форвард и фјучерс уговоре

Када се европска кол опција на фјучерс активира онај ко поседује ову опцију добија суму новца $S_T - F$ и дугу позицију у фјучерс уговору са фјучерсном ценом F.

Нека је T време доспећа опције, а $T_1 \geq T$ време доспећа фјучерс уговора. На основу претходног добит од опције је $\max(F_{T,T_1} - K, 0)$. Под претпоставком да нема арбитраже вредност опције неутрална од ризика је

$$c_F = e^{-rT} E(\max(F_{T,T_1} - K, 0)).$$

Како је вредност фјучерс уговора у тренутку T једнака $F_{T,T_1} = S_T e^{r(T_1 - T)}$, добијамо

$$c_F = e^{-rT} e^{r(T_1-T)} E \max(S_T - K e^{-r(T_1-T)}, 0) = e^{-rT} e^{r(T_1-T)} E \max(S_T - K e^{-r(T_1-T)}, 0). \tag{1}$$

Уколико важи Блек-Шолсов модел (1) постаје

$$\begin{aligned} c_F &= e^{-rT} e^{r(T_1-T)} E \max(S_T - K e^{-r(T_1-T)}, 0) = e^{r(T_1-T)} \Big(S_0 \Phi(d_1) - K e^{-r(T_1-T)} e^{-rT} \Phi(d_2) \Big) \\ &= e^{r(T_1-T)} \Big(S_0 \Phi(d_1) - K e^{-rT_1} \Phi(d_2) \Big) = e^{-rT} F_{0,T_1} \Phi(d_1) - K e^{-rT} \Phi(d_2) \end{aligned}$$

где је

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\log \frac{S_0 e^{r(T_1-T)}}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma \sqrt{T}} \\ &= \frac{\log \frac{F_{0,T_1}}{K} + \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma \sqrt{T}} \\ d_2 &= \frac{\log \frac{F_{0,T_1}}{K} + \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma \sqrt{T}} \end{aligned}$$

За разлику од опција на фјучерсе код опција на форварде када се активирају, заузима се одговарајућа позиција у уговору али се не добија одмах новац. Нпр. уколико се на ради о куповној опцији на куповни уговор њена вредност у тренутку T је

$$\max(F_{T,T_1} - K, 0) \cdot e^{-r(T_1-T)}.$$

Одавде се аналогно претходном може добити вредност у Блек-Шолсовом моделу.