

ИСПИТ ИЗ ВЕРОВАТНОЋЕ

јануар 2

1. Нека су X и Y независне случајне величине које имају исти закон расподеле

$$P\{X = k\} = P\{Y = k\} = \frac{1}{2^k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

а) Ако је $Z = \min\{X, Y\}$, одредити функцију расподеле случајне величине Z .

б) Израчунати вероватноћу $P\{Y > X\}$.

2. Густина расподеле случајног вектора (X, Y) дата је са

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda x e^{-(\lambda+y)x}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где је $\lambda > 0$.

а) Испитати независност случајних величина X и Y .

б) Одредити функцију расподеле случајне величине $X|(X, Y) \in D$, где је D квадрат са теменима

$$A_1 = (0, 0), \quad A_2 = (0, 1), \quad A_3 = (1, 0), \quad A_4 = (1, 1).$$

3. Дат је низ независних исто расподељених случајних величина чији општи члан X_n има карактеристичну функцију φ , за коју важи $\varphi(t) = \cos t$. Ако је

$$S_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

и $Y_n = \frac{n}{2}(S_n + 1)$, одредити расподелу случајне величине Y_n , а затим израчунати, ако постоји, граничну вредност

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{Y_n - \frac{1}{2}n}{\frac{1}{2}\sqrt{n}} \leq x \right\}, \quad \text{за } x = 1.5.$$