

Писмени испит из Диференцијалних једначина А (ВЛН), 23.6.2022.

1. Лоптица се креће кроз отпорну средину (на пример, кроз вискозну течност) и предложен је математички модел, који треба да опише промену брзине током времена, који је описан диференцијалном једначином

$$\frac{dv}{dt} = -v - v^a.$$

а) Измерено је да је почетна брзина лоптице 5 m/s и да се она смањи на $2,5 \text{ m/s}$ за $\ln 2 \text{ s}$ од почетка кретања. Доказати да ни за једну вредност реалног параметра a , за коју важи неједнакост $a \geq 1$, поменути модел не одговара реалној ситуацији и стога није погодан за коришћење за овакав физички систем.

б) Нека је $a = 0$ и нека је почетна брзина лоптице 3 m/s . Колики пут је прешла лоптица у првој секунди кретања?

2. Решити диференцијалну једначину $xyy'' + yy' - x^2y'^3 = 0$.

3. Функције $y_1(x) = e^x + x$, $y_2(x) = e^x$ и $y_3(x) = x - 2$ су три решења нехомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда.

а) Ако решења φ_1 и φ_2 одговарајуће хомогене линеарне диференцијалне једначине задовољавају услове $\varphi_1(0) = 4$, $\varphi_1'(0) = 6$, $\varphi_2(0) = 6$ и $\varphi_2'(0) = 9$, испитати да ли су ова два решења линеарно независна на интервалу $(-\infty, 1)$.

б) Одредити сва решења посматране нехомогене линеарне диференцијалне једначине.

Писмени испит из Диференцијалних једначина А (ВЛН), 23.6.2022.

1. Лоптица се креће кроз отпорну средину (на пример, кроз вискозну течност) и предложен је математички модел, који треба да опише промену брзине током времена, који је описан диференцијалном једначином

$$\frac{dv}{dt} = -v - v^a.$$

а) Измерено је да је почетна брзина лоптице 5 m/s и да се она смањи на $2,5 \text{ m/s}$ за $\ln 2 \text{ s}$ од почетка кретања. Доказати да ни за једну вредност реалног параметра a , за коју важи неједнакост $a \geq 1$, поменути модел не одговара реалној ситуацији и стога није погодан за коришћење за овакав физички систем.

б) Нека је $a = 0$ и нека је почетна брзина лоптице 3 m/s . Колики пут је прешла лоптица у првој секунди кретања?

2. Решити диференцијалну једначину $xyy'' + yy' - x^2y'^3 = 0$.

3. Функције $y_1(x) = e^x + x$, $y_2(x) = e^x$ и $y_3(x) = x - 2$ су три решења нехомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда.

а) Ако решења φ_1 и φ_2 одговарајуће хомогене линеарне диференцијалне једначине задовољавају услове $\varphi_1(0) = 4$, $\varphi_1'(0) = 6$, $\varphi_2(0) = 6$ и $\varphi_2'(0) = 9$, испитати да ли су ова два решења линеарно независна на интервалу $(-\infty, 1)$.

б) Одредити сва решења посматране нехомогене линеарне диференцијалне једначине.

Писмени испит из Диференцијалних једначина А (ВЛН), 23.6.2022.

1. Лоптица се креће кроз отпорну средину (на пример, кроз вискозну течност) и предложен је математички модел, који треба да опише промену брзине током времена, који је описан диференцијалном једначином

$$\frac{dv}{dt} = -v - v^a.$$

а) Измерено је да је почетна брзина лоптице 5 m/s и да се она смањи на $2,5 \text{ m/s}$ за $\ln 2 \text{ s}$ од почетка кретања. Доказати да ни за једну вредност реалног параметра a , за коју важи неједнакост $a \geq 1$, поменути модел не одговара реалној ситуацији и стога није погодан за коришћење за овакав физички систем.

б) Нека је $a = 0$ и нека је почетна брзина лоптице 3 m/s . Колики пут је прешла лоптица у првој секунди кретања?

2. Решити диференцијалну једначину $xyy'' + yy' - x^2y'^3 = 0$.

3. Функције $y_1(x) = e^x + x$, $y_2(x) = e^x$ и $y_3(x) = x - 2$ су три решења нехомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда.

а) Ако решења φ_1 и φ_2 одговарајуће хомогене линеарне диференцијалне једначине задовољавају услове $\varphi_1(0) = 4$, $\varphi_1'(0) = 6$, $\varphi_2(0) = 6$ и $\varphi_2'(0) = 9$, испитати да ли су ова два решења линеарно независна на интервалу $(-\infty, 1)$.

б) Одредити сва решења посматране нехомогене линеарне диференцијалне једначине.