

Писмени испит из Диференцијалних једначина А, 21.06.2021.

1. Скицирати поље праваца и интегралне криве диференцијалне једначине $x' = \frac{2t}{x}$, не решавајући је. Посебно издвојити (означити) на скици по један пример за следећа решења (у смислу реалних функција):
 - (а) Решење које је дефинисано за свако $t \in \mathbb{R}$;
 - (б) Решење које није глобално (не може се продужити на \mathbb{R});
 - (в) Решење које пролази кроз тачку $(10, 1)$;
 - (г) Решење које је део праве.

За које захтеве (а)–(г) постоји јединствено решење, а за које више њих? Одговор детаљно образложити.

2. Решити Кошијев проблем $txx'' - tx'^2 - xx' = -2\sqrt{txx'^3}$, $x(1) = x'(1) = 1$.
3. Да ли функција $x(t) = \sin(t^2)$ може бити решење диференцијалне једначине $x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$ дефинисано на скупу $(-\delta, \delta)$ за неко $\delta > 0$ ако су $a(t)$ и $b(t)$ непрекидне функције? Образложити одговор.

Писмени испит из Диференцијалних једначина А, 21.06.2021.

1. Скицирати поље праваца и интегралне криве диференцијалне једначине $x' = \frac{2t}{x}$, не решавајући је. Посебно издвојити (означити) на скици по један пример за следећа решења (у смислу реалних функција):
 - (а) Решење које је дефинисано за свако $t \in \mathbb{R}$;
 - (б) Решење које није глобално (не може се продужити на \mathbb{R});
 - (в) Решење које пролази кроз тачку $(10, 1)$;
 - (г) Решење које је део праве.

За које захтеве (а)–(г) постоји јединствено решење, а за које више њих? Одговор детаљно образложити.

2. Решити Кошијев проблем $txx'' - tx'^2 - xx' = -2\sqrt{txx'^3}$, $x(1) = x'(1) = 1$.
3. Да ли функција $x(t) = \sin(t^2)$ може бити решење диференцијалне једначине $x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$ дефинисано на скупу $(-\delta, \delta)$ за неко $\delta > 0$ ако су $a(t)$ и $b(t)$ непрекидне функције? Образложити одговор.

Писмени испит из Диференцијалних једначина А, 21.06.2021.

1. Скицирати поље праваца и интегралне криве диференцијалне једначине $x' = \frac{2t}{x}$, не решавајући је. Посебно издвојити (означити) на скици по један пример за следећа решења (у смислу реалних функција):
 - (а) Решење које је дефинисано за свако $t \in \mathbb{R}$;
 - (б) Решење које није глобално (не може се продужити на \mathbb{R});
 - (в) Решење које пролази кроз тачку $(10, 1)$;
 - (г) Решење које је део праве.

За које захтеве (а)–(г) постоји јединствено решење, а за које више њих? Одговор детаљно образложити.

2. Решити Кошијев проблем $txx'' - tx'^2 - xx' = -2\sqrt{txx'^3}$, $x(1) = x'(1) = 1$.
3. Да ли функција $x(t) = \sin(t^2)$ може бити решење диференцијалне једначине $x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = 0$ дефинисано на скупу $(-\delta, \delta)$ за неко $\delta > 0$ ако су $a(t)$ и $b(t)$ непрекидне функције? Образложити одговор.