Писмени испит из Анализе 2а **27.1.2012.**
Група 1

1. Нека је $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ дефинисана са $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y^2}{\sqrt{x^4+y^4}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$.

а) Доказати да је функција f непрекидна на $\mathbb{R}^2$.
б) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
в) Испитати равномерну непрекидност функције f на $\mathbb{R}^2$.

2. Нека је $f(x,y)=(x-y^2)\sqrt[3]{(x-3)^2}$ и $S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y^2\leqslant x\leqslant 2\}$. Одредити $f(S)$.

3. Одредити запремину тела $T=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2\geqslant a^2,\ x^2+y^2\leqslant 2ay,\ z\geqslant 0,\ z\leqslant 4(x^2+y^2)\}$, где је $a>0$.

4. Нека је T тело у првом октанту ограничено хиперболичким цилиндрима $xy=1$, $xy=5$, $xz=4$, $xz=9$, $yz=3$ и $yz=7$. Израчунати $\iiint\limits_T x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$.

5. Дата је једначина $(1+x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+(1+y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=0$, при чему је $z=z(x,y)$.

а) Трансформисати дату једначину ако су $u=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ и $v=\ln(y+\sqrt{1+y^2})$ нове независне промењиве.
б) Одредити бар једну неконстантну функцију $z=z(x,y)$ која задовољава почетну једначину.

Напомена: Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.

Писмени испит из Анализе 2а **27.1.2012.**
Група 2

1. Нека је $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ дефинисана са $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y^2}{\sqrt{x^4+y^4}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$.

а) Доказати да је функција f непрекидна на $\mathbb{R}^2$.
б) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
в) Испитати равномерну непрекидност функције f на $\mathbb{R}^2$.

2. Нека је $f(x,y)=(y-x^2)\sqrt[3]{(y-3)^2}$ и $S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2\leqslant y\leqslant 2\}$. Одредити $f(S)$.

3. Одредити запремину тела $T=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2\geqslant a^2,\ x^2+y^2\leqslant 2ay,\ z\geqslant 0,\ z\leqslant 6(x^2+y^2)\}$, где је $a>0$.

4. Нека је T тело у првом октанту ограничено хиперболичким цилиндрима $xy=2$, $xy=6$, $xz=2$, $xz=5$, $yz=4$ и $yz=8$. Израчунати $\iiint\limits_T y\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$.

5. Дата је једначина $(1+x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+(1+y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=0$, при чему је $z=z(x,y)$.

а) Трансформисати дату једначину ако су $u=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ и $v=\ln(y+\sqrt{1+y^2})$ нове независне промењиве.
б) Одредити бар једну неконстантну функцију $z=z(x,y)$ која задовољава почетну једначину.

Напомена: Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.