Писмени испит из Анализе 2а **28.2.2012.**

1. Нека је функција $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ дефинисана са $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2(x+y)^2+y^3}{\sqrt[3]{x^6+y^3}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

а) Доказати да је функција f непрекидна на $\mathbb{R}^2$.

б) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.

в) Испитати равномерну непрекидност функције f на $\mathbb{R}^2$.

2. Нека је $f(x,y) = xy(1-x^2-y^2)$ и $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \geqslant x \geqslant 0, 1 \geqslant y \geqslant 0\}$. Наћи све локалне екстреме функције f у S и одредити $f(S)$.

3. Нека је област D дефинисана са $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 < a^2, 2(x^2+y^2) > 3az, z > 0\}$, где је $a > 0$. Израчунати $\iiint\limits_D x^2+y^2+z \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$.

4. Нека је T тело састављено од две купе и ваљка истих висина и истог пречника основе, тако што се основе купа налепе на основе ваљка. Ако је површина тела T једнака P, колика је највећа могућа запремина тела T?

5. Да ли је скуп A, подскуп метричког простора $C[0,1]$(са метриком d_∞), дефинисан са

$$A = \{f \in C[0,1] \mid f(\frac{1}{e}) = f(\frac{1}{\pi}) = 42\}$$

затворен?

Напомена: Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.