

Писмени испит из Анализе 1 за И смер

1. Нека је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ дат са $a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 4}$, $a_1 > 4$.
 - а) Математичком индукцијом показати ограниченост низа $(a_n)_{n \geq 1}$.
 - б) Испитати монотоност низа $(a_n^2)_{n \geq 1}$ и извести закључак о монотоности датог низа.
 - в) Одредити граничну вредност низа $(a_n)_{n \geq 1}$ уколико постоји.
 - г) Одредити тачке нагомилавања низа $x_n = a_n \cos n\pi$.
2. Одредити следеће граничне вредности:
 - а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos 3x - \ln(1 + 2x)}{x^2}$.
3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\left(\frac{2x - 1}{x + 1}\right)$.
4. Одредити константе a и b тако да функција
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{4x}, & x < 0 \\ b^2 x^2 + b(x + 2), & 0 \leq x \leq 2 \\ e^{\frac{1}{2-x}} - 1, & x > 2 \end{cases}$$
буде непрекидна.
5. Навести пример функције за коју важи да:
 - а) има пребројиво много локалних максимума и минимума;
 - б) нема ниједну екстремну вредност;
 - в) у $+\infty$ има хоризонталну асимптоту $y = 5$;
 - г) има тачно три нуле.

Писмени испит из Анализе 1 за И смер

1. Нека је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ дат са $a_{n+1} = \sqrt{3a_n + 4}$, $a_1 > 4$.
 - а) Математичком индукцијом показати ограниченост низа $(a_n)_{n \geq 1}$.
 - б) Испитати монотоност низа $(a_n^2)_{n \geq 1}$ и извести закључак о монотоности датог низа.
 - в) Одредити граничну вредност низа $(a_n)_{n \geq 1}$ уколико постоји.
 - г) Одредити тачке нагомилавања низа $x_n = a_n \cos n\pi$.
2. Одредити следеће граничне вредности:
 - а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos 3x - \ln(1 + 2x)}{x^2}$.
3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\left(\frac{2x - 1}{x + 1}\right)$.
4. Одредити константе a и b тако да функција
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{4x}, & x < 0 \\ b^2 x^2 + b(x + 2), & 0 \leq x \leq 2 \\ e^{\frac{1}{2-x}} - 1, & x > 2 \end{cases}$$
буде непрекидна.
5. Навести пример функције за коју важи да:
 - а) има пребројиво много локалних максимума и минимума;
 - б) нема ниједну екстремну вредност;
 - в) у $+\infty$ има хоризонталну асимптоту $y = 5$;
 - г) има тачно три нуле.