

Изводи

1. Одредити први извод следећих функција:

а) $y = \operatorname{tg} \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$; б) $y = \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}$; в) $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$; г) $y = x^x$;
д) $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

2. Показати да функција $y = e^x \sin x$ задовољава једначину $y'' - 2y' + 2y = 0$.

3. Одредити једначину тангенте функције у датој тачки:

а) $y = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})$, $x_0 = 2 \ln 2$; б) $y = -x^2 - 1$, $x_0 = 2$.

4. Применом Лопиталове теореме наћи граничне вредности:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$; г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$;
ђ) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

5. Одредити интервале монотоности и екстремне вредности функција:

а) $y = (x - 1)e^{3x}$; б) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$; в) $y = x - \ln x$.

6. Одредити конвексност, конкавност и превојне тачке функција:

а) $y = x^4 - 6x^2 + 4$; б) $y = (1 + x^2)e^x$.

7. Одредити најмању и највећу вредност функције:

а) $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ на $[0, 3]$; б) $y = 3 \sin x + \cos 2x$ на $[0, \pi]$.

8. Испитати диференцијабилност функције $f(x) = |x|$.