

1. а) Ако је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  парна и ако један од наредна два интеграла конвергира, доказати да онда конвергира и други и да важи 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x)}{e^x + 1} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x \cdot f(x)}{e^x + 1} dx.$$

б) Израчунати интеграл 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x}{(e^x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

2. У зависности од реалног параметра  $a$  одредити област конвергенције степеног реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt[n]{n} + a)x^n.$$

3. Испитати конвергенцију интеграла 
$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

4. Нека је  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  дивергентан, а  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$  конвергентан ред. Шта се може закључити о конвергенцији следећих редова:

а)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{\sqrt{n}}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ ?

5. Одредити најмању и највећу вредност функције  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{3t - 2}{3t^2 - 4t + 2} dt$  на сегменту  $[1, 2]$ .

**Напомена:** Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.

1. а) Ако је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  парна и ако један од наредна два интеграла конвергира, доказати да онда конвергира и други и да важи 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x)}{e^x + 1} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x \cdot f(x)}{e^x + 1} dx.$$

б) Израчунати интеграл 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x}{(e^x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

2. У зависности од реалног параметра  $a$  одредити област конвергенције степеног реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt[n]{n} + a)x^n.$$

3. Испитати конвергенцију интеграла 
$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

4. Нека је  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  дивергентан, а  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$  конвергентан ред. Шта се може закључити о конвергенцији следећих редова:

а)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{\sqrt{n}}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ ?

5. Одредити најмању и највећу вредност функције  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{3t - 2}{3t^2 - 4t + 2} dt$  на сегменту  $[1, 2]$ .

**Напомена:** Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.