

Писмени испит из Анализе 1а, 10. фебруар 2011.

Прва група

1. Низ $(x_n)_{n \geq 1}$ је дат рекурентном везом $x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3)}{3x_n^2 + 1}$, $x_1 > 1$. Испитати конвергенцију низа и наћи граничну вредност, уколико постоји.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2(x-1)}$.

3. Нека је $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2-x}}, & x \in (1, 2) \\ 0, & x \notin (1, 2) \end{cases}$.

Испитати непрекидност и диференцијабилност функције f .

4. Нека је $f(x) = x \ln \left(1 + \frac{a}{x}\right)$, $x > 0$, $a > 0$.

а) Доказати да функција f строго расте на $(0, +\infty)$.

б) Доказати да важи $\left(1 + \frac{a}{x}\right)^x < e^a$, $x > 0$.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} ((n+a)^\alpha - (n+b)^\alpha)$, у зависности од $a, b, \alpha \in \mathbb{R}$.

Напомена. Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.

Писмени испит из Анализе 1а, 10. фебруар 2011.

Друга група

1. Низ $(x_n)_{n \geq 1}$ је дат рекурентном везом $x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 12)}{3x_n^2 + 4}$, $x_1 \in (0, 2)$. Испитати конвергенцију низа и наћи граничну вредност, уколико постоји.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2(x+1)}$.

3. Нека је $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x-2} - \frac{1}{5-x}}, & x \in (2, 5) \\ 0, & x \notin (2, 5) \end{cases}$.

Испитати непрекидност и диференцијабилност функције f .

4. Нека је $f(x) = x \ln \left(1 + \frac{c}{x}\right)$, $x > 0$, $c > 0$.

а) Доказати да функција f строго расте на $(0, +\infty)$.

б) Доказати да важи $\left(1 + \frac{c}{x}\right)^x < e^c$, $x > 0$.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} ((n+a)^\alpha - (n+b)^\alpha)$, у зависности од $a, b, \alpha \in \mathbb{R}$.

Напомена. Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.