Други колоквијум из Анализе 1А

групе 1О2А и 1О2Б

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\sin x)-e^{-\frac{x^2}{2}}}{\ln^2(1+x)-x^2+x^3}$.

2. Одредити све асимптоте функције $f(x)=(x-\sqrt{x}-5)e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

3. Испитати ток и нацртати график функције $f(x)=\ln(e^x+6e^{-x}-4)$.

4. Испитати равномерну непрекидност функције $f(x)=\operatorname{tg} x^2$ на скупу:

а) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{4}})$;

б) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

5. Нека је функција $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ непрекидна на $[0,1]$ и диференцијабилна на $(0,1)$. Ако је $f(0)=f(1)=0$ и $|f'(x)|\leqslant 1$ за свако $x\in(0,1)$, доказати да је:

а) $f(x)\leqslant x$ за свако $x\in(0,1)$;

б) $f(x)\leqslant 1-x$ за свако $x\in(0,1)$.

Други колоквијум из Анализе 1А

групе 1О2А и 1О2Б

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\sin x)-e^{-\frac{x^2}{2}}}{\ln^2(1+x)-x^2+x^3}$.

2. Одредити све асимптоте функције $f(x)=(x-\sqrt{x}-5)e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

3. Испитати ток и нацртати график функције $f(x)=\ln(e^x+6e^{-x}-4)$.

4. Испитати равномерну непрекидност функције $f(x)=\operatorname{tg} x^2$ на скупу:

а) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{4}})$;

б) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

5. Нека је функција $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ непрекидна на $[0,1]$ и диференцијабилна на $(0,1)$. Ако је $f(0)=f(1)=0$ и $|f'(x)|\leqslant 1$ за свако $x\in(0,1)$, доказати да је:

а) $f(x)\leqslant x$ за свако $x\in(0,1)$;

б) $f(x)\leqslant 1-x$ за свако $x\in(0,1)$.

Други колоквијум из Анализе 1А

групе 1О2А и 1О2Б

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(\sin x)-e^{-\frac{x^2}{2}}}{\ln^2(1+x)-x^2+x^3}$.

2. Одредити све асимптоте функције $f(x)=(x-\sqrt{x}-5)e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

3. Испитати ток и нацртати график функције $f(x)=\ln(e^x+6e^{-x}-4)$.

4. Испитати равномерну непрекидност функције $f(x)=\operatorname{tg} x^2$ на скупу:

а) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{4}})$;

б) $(0,\sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

5. Нека је функција $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ непрекидна на $[0,1]$ и диференцијабилна на $(0,1)$. Ако је $f(0)=f(1)=0$ и $|f'(x)|\leqslant 1$ за свако $x\in(0,1)$, доказати да је:

а) $f(x)\leqslant x$ за свако $x\in(0,1)$;

б) $f(x)\leqslant 1-x$ за свако $x\in(0,1)$.