Писмени испит из Анализе 2б **05.07.2012.**

1. Израчунати

$$\iint\limits_S xdydz + ydzdx + z^4dxdy,$$

ако је S спољна страна границе тела датог једначинама $x^2 + y^2 + z^2 < 9, z > 0$.

2. Развити у Фуријеов ред на сегменту $[-1, 1]$ функцију $f(x) = |x| - 42$ и затим употребом добијеног развоја израчунати суме $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ и $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$.

3. Израчунати интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} (ax^2 + bx + c)e^{-(px^2+qx+r)}dx$$

ако $a, b, c, q, r \in \mathbb{R}$ и $p > 0$.

4. Израчунати

$$I(a) = \int\limits_0^1 \frac{\ln(1 - a^2x^2)}{\sqrt{1 - x^2}}, \ |a| \leqslant 1.$$

5. Нека је γ граница области $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}, \, x, y > 0\}$, $a, b > 0$.

а) Доказати да је површина области D једнака $\frac{1}{2}\int\limits_\gamma xdy - ydx$.

б) Израчунати површину области D.

Напомена: Бодују се задаци 1, 2, 3, као и један од задатака 4 или 5.