

1. Нека је оператор $A : C\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow C\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ задат са $(Af)(x) = f(x) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x+y)f(y)dy$. Доказати да је A добро дефинисан ограничен линеарни оператор, као и да је бијективан. Одредити A^{-1} .
2. За које вредности параметра a низ непрекидних функција $x_n(t) = \frac{n^a t^{\frac{2}{3}}}{5 + n^2 t^3}$ слабо конвергира у простору $C[0, 1]$?
3. Нека је H Хилбертов простор и $(e_n)_{n \geq 1}$ ортонормирана база. Ако је $(f_n)_{n \geq 1}$ ортонормирани систем за који важи да је $\sum_{n=1}^{\infty} \|e_n - f_n\| < 1$, доказати да је $(f_n)_{n \geq 1}$ такође ортонормирана база.

1. Нека је оператор $A : C\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow C\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ задат са $(Af)(x) = f(x) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x+y)f(y)dy$. Доказати да је A добро дефинисан ограничен линеарни оператор, као и да је бијективан. Одредити A^{-1} .
2. За које вредности параметра a низ непрекидних функција $x_n(t) = \frac{n^a t^{\frac{2}{3}}}{5 + n^2 t^3}$ слабо конвергира у простору $C[0, 1]$?
3. Нека је H Хилбертов простор и $(e_n)_{n \geq 1}$ ортонормирана база. Ако је $(f_n)_{n \geq 1}$ ортонормирани систем за који важи да је $\sum_{n=1}^{\infty} \|e_n - f_n\| < 1$, доказати да је $(f_n)_{n \geq 1}$ такође ортонормирана база.

1. Нека је оператор $A : C\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow C\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ задат са $(Af)(x) = f(x) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x+y)f(y)dy$. Доказати да је A добро дефинисан ограничен линеарни оператор, као и да је бијективан. Одредити A^{-1} .
2. За које вредности параметра a низ непрекидних функција $x_n(t) = \frac{n^a t^{\frac{2}{3}}}{5 + n^2 t^3}$ слабо конвергира у простору $C[0, 1]$?
3. Нека је H Хилбертов простор и $(e_n)_{n \geq 1}$ ортонормирана база. Ако је $(f_n)_{n \geq 1}$ ортонормирани систем за који важи да је $\sum_{n=1}^{\infty} \|e_n - f_n\| < 1$, доказати да је $(f_n)_{n \geq 1}$ такође ортонормирана база.

1. Нека је оператор $A : C\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow C\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ задат са $(Af)(x) = f(x) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x+y)f(y)dy$. Доказати да је A добро дефинисан ограничен линеарни оператор, као и да је бијективан. Одредити A^{-1} .
2. За које вредности параметра a низ непрекидних функција $x_n(t) = \frac{n^a t^{\frac{2}{3}}}{5 + n^2 t^3}$ слабо конвергира у простору $C[0, 1]$?
3. Нека је H Хилбертов простор и $(e_n)_{n \geq 1}$ ортонормирана база. Ако је $(f_n)_{n \geq 1}$ ортонормирани систем за који важи да је $\sum_{n=1}^{\infty} \|e_n - f_n\| < 1$, доказати да је $(f_n)_{n \geq 1}$ такође ортонормирана база.