Анализа 2а, 2. септембар 2012.

1. Нека је $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ дефинисана $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2y+y^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

   Испитати непрекидност и диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.

2. На сфери $x^2+y^2+z^2 = 1$ одредити тачку такву да је збир квадрата њених растојања од тачака $A(1,0,-1)$ и $B(0,-1,-1)$ најмањи.

3. Израчунати $\iint\limits_D \dfrac{dxdy}{(x^2+y^2)(1+\sqrt[3]{x^2+y^2})}$, ако је $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2-y^2 \leq 0,\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$.

4. Дате су функције $f_t(x) = \sin tx,\ x \in [0,1]$.
   Испитати повезаност и компактност скупа $A = \{f_t \in C[0,1],\ 0 \leq t \leq \pi\}$ у метричком простору $C[0,1]$.

5. Израчунати запремину тела ограниченог површима $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+z = 1$, $\left(\dfrac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\dfrac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$, $z = 0$, $a,b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Напомена. Бодују се задаци 1, 2 и 3, као и један од задатака 4 или 5.