

1. Нека је $X = \{(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \mid x_i \in \mathbb{C}, x_i = 0 \text{ за све осим коначно много } i \in \mathbb{N}\}$ простор са l^p нормом, за $1 \leq p \leq +\infty$. Нека је оператор $T : X \rightarrow X$ задат на следећи начин:

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_4, \dots).$$

- 1) Доказати да је T добро дефинисан ограничен линеарни оператор и одредити $\|T\|$.
- 2) Испитати инвертибилност оператора T , одредити инверзни оператор S (уколико постоји) и испитати да ли је S ограничен.

2. Нека је $f : C[-1, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ дефинисан са $f(x) = \int_{-1}^1 x(t) dt - \frac{x(-1) + x(0) + x(1)}{3}$. Доказати да је f ограничени линеарни функционал и наћи $\|f\|$.

3. Испитати јаку и униформну конвергенцију низа оператора $A_n : C[-1, 1] \rightarrow C[-1, 1]$, задатих са $A_n(f) = \int_{-1}^{\frac{x}{n}} f(t) dt$.

1. Нека је $X = \{(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \mid x_i \in \mathbb{C}, x_i = 0 \text{ за све осим коначно много } i \in \mathbb{N}\}$ простор са l^p нормом, за $1 \leq p \leq +\infty$. Нека је оператор $T : X \rightarrow X$ задат на следећи начин:

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_4, \dots).$$

- 1) Доказати да је T добро дефинисан ограничен линеарни оператор и одредити $\|T\|$.
- 2) Испитати инвертибилност оператора T , одредити инверзни оператор S (уколико постоји) и испитати да ли је S ограничен.

2. Нека је $f : C[-1, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ дефинисан са $f(x) = \int_{-1}^1 x(t) dt - \frac{x(-1) + x(0) + x(1)}{3}$. Доказати да је f ограничени линеарни функционал и наћи $\|f\|$.

3. Испитати јаку и униформну конвергенцију низа оператора $A_n : C[-1, 1] \rightarrow C[-1, 1]$, задатих са $A_n(f) = \int_{-1}^{\frac{x}{n}} f(t) dt$.

1. Нека је $X = \{(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \mid x_i \in \mathbb{C}, x_i = 0 \text{ за све осим коначно много } i \in \mathbb{N}\}$ простор са l^p нормом, за $1 \leq p \leq +\infty$. Нека је оператор $T : X \rightarrow X$ задат на следећи начин:

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_4, \dots).$$

- 1) Доказати да је T добро дефинисан ограничен линеарни оператор и одредити $\|T\|$.
- 2) Испитати инвертибилност оператора T , одредити инверзни оператор S (уколико постоји) и испитати да ли је S ограничен.

2. Нека је $f : C[-1, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ дефинисан са $f(x) = \int_{-1}^1 x(t) dt - \frac{x(-1) + x(0) + x(1)}{3}$. Доказати да је f ограничени линеарни функционал и наћи $\|f\|$.

3. Испитати јаку и униформну конвергенцију низа оператора $A_n : C[-1, 1] \rightarrow C[-1, 1]$, задатих са $A_n(f) = \int_{-1}^{\frac{x}{n}} f(t) dt$.