

1. У зависности од параметра α испитати конвергенцију редова

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-\alpha n^2 + 1}$, $\alpha \in \mathbb{R}$,

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 - \cos \left(1 - \cos \frac{1}{n^\alpha} \right) \right\}$, $\alpha \geq 0$.

2. Израчунати $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$.

3. Нека је $f \in C^1(\mathbb{R})$ и $f(1) = 0$. Доказати да постоји $\xi \in (0, 1)$ такво да је $\int_0^1 x f(x) dx = -\frac{1}{6} f'(\xi)$.

4. Нека је дат низ интеграла $a_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin nx}{\operatorname{tg} x} dx$, $n \in \mathbb{N}$.

а) Доказати да је $a_{n+2} = a_n$ за $n \in \mathbb{N}$,

б) Израчунати a_n за $n \in \mathbb{N}$,

в) За које вредности $t \in \mathbb{R}$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{t-1}{2} \right)^n$ конвергира?