

1. Нека је  $f$  аналитичка функција на области  $D$ . Доказати следећа тврђења:
  - а) Ако је реални део функције  $f$  константан на  $D$ , онда је и  $f$  константна на  $D$ .
  - б) Ако је  $|f|$  константна функција на  $D$ , онда је и  $f$  константна на  $D$ .
  - в) Слика области  $D$  при неконстантном пресликавању  $f$  не може бити ни права ни кружница.
2. Одредити Мебијусову трансформацију  $B$  која јединичну кружницу  $K_1$  слика на кружницу  $K_2 = \{w \in \mathbb{C} \mid |w-i| = 1\}$  и за коју је  $B(0) = \frac{i}{2}$  и  $B(1) = 0$ . Преликати затим доњу полураван пресликавањем  $B$ .
3. Функцију  $f(z) = \frac{1+iz}{2+z+2z^2+z^3}$  представити Лорановим редом који конвергира у тачки  $z = \frac{3}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}i$ .
4. Нека је  $a \neq 2$  позитивна константа и  $C_a$  кружница полупречника  $a$  са центром у координатном почетку, оријентисана позитивно. Израчунати интеграл  $\int_{C_a} \frac{z^2 + e^z}{z^2(z-2)} dz$ .
5. Израчунати интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 7x - \cos 5x}{x^2} dx$ .
6. Нека је  $f$  аналитичка на затвореном јединичном диску. Доказати да постоји  $n \in \mathbb{N}$  такав да је  $f\left(\frac{1}{n}\right) \neq \frac{1}{n+1}$ .  
**Напомена:** Студент бира 5 од 6 задатака.

1. Нека је  $f$  аналитичка функција на области  $D$ . Доказати следећа тврђења:
  - а) Ако је реални део функције  $f$  константан на  $D$ , онда је и  $f$  константна на  $D$ .
  - б) Ако је  $|f|$  константна функција на  $D$ , онда је и  $f$  константна на  $D$ .
  - в) Слика области  $D$  при неконстантном пресликавању  $f$  не може бити ни права ни кружница.
2. Одредити Мебијусову трансформацију  $B$  која јединичну кружницу  $K_1$  слика на кружницу  $K_2 = \{w \in \mathbb{C} \mid |w-i| = 1\}$  и за коју је  $B(0) = \frac{i}{2}$  и  $B(1) = 0$ . Преликати затим доњу полураван пресликавањем  $B$ .
3. Функцију  $f(z) = \frac{1+iz}{2+z+2z^2+z^3}$  представити Лорановим редом који конвергира у тачки  $z = \frac{3}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}i$ .
4. Нека је  $a \neq 2$  позитивна константа и  $C_a$  кружница полупречника  $a$  са центром у координатном почетку, оријентисана позитивно. Израчунати интеграл  $\int_{C_a} \frac{z^2 + e^z}{z^2(z-2)} dz$ .
5. Израчунати интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 7x - \cos 5x}{x^2} dx$ .
6. Нека је  $f$  аналитичка на затвореном јединичном диску. Доказати да постоји  $n \in \mathbb{N}$  такав да је  $f\left(\frac{1}{n}\right) \neq \frac{1}{n+1}$ .  
**Напомена:** Студент бира 5 од 6 задатака.