

1. Ако је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ мерљива, показати да су скупови $\{x \in \mathbb{R} | f(x) = c\}$ мерљиви за свако $c \in \mathbb{R}$. Испитати да ли важи обрнуто.

2. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{n+1}, & n \leq x \leq n+1 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}_0$. Показати да је $f(x)$ Риман интеграбилна на сваком сегменту $[a, b]$, израчунати $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ и показати да $f(x)$ није Лебег интеграбилна на \mathbb{R} .

3. а) Доказати да је функција $f(t) = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{1+t^2}$ ограничена на $[0, +\infty)$.

б) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi \frac{n^{\frac{3}{2}} x \sin nx}{1+n^2 x^2} dx$.

1. Ако је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ мерљива, показати да су скупови $\{x \in \mathbb{R} | f(x) = c\}$ мерљиви за свако $c \in \mathbb{R}$. Испитати да ли важи обрнуто.

2. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{n+1}, & n \leq x \leq n+1 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}_0$. Показати да је $f(x)$ Риман интеграбилна на сваком сегменту $[a, b]$, израчунати $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ и показати да $f(x)$ није Лебег интеграбилна на \mathbb{R} .

3. а) Доказати да је функција $f(t) = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{1+t^2}$ ограничена на $[0, +\infty)$.

б) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi \frac{n^{\frac{3}{2}} x \sin nx}{1+n^2 x^2} dx$.

1. Ако је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ мерљива, показати да су скупови $\{x \in \mathbb{R} | f(x) = c\}$ мерљиви за свако $c \in \mathbb{R}$. Испитати да ли важи обрнуто.

2. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{n+1}, & n \leq x \leq n+1 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}_0$. Показати да је $f(x)$ Риман интеграбилна на сваком сегменту $[a, b]$, израчунати $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ и показати да $f(x)$ није Лебег интеграбилна на \mathbb{R} .

3. а) Доказати да је функција $f(t) = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{1+t^2}$ ограничена на $[0, +\infty)$.

б) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi \frac{n^{\frac{3}{2}} x \sin nx}{1+n^2 x^2} dx$.