

1. Испитати за које  $p$ ,  $1 \leq p < +\infty$ , функција  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}x}$  припада простору  $L^p(0, 1)$ .
2. Ако је  $f \in L^3(X, \mu) \cap L^6(X, \mu)$  и  $\|f\|_6 = 1$ , доказати да је  $\|f\|_4^2 \leq \|f\|_3$ .
3. Нека је  $H$  Хилбертов простор. Испитати да ли за произвољне векторске потпросторе  $M$  и  $N$  у  $H$  важи  $(M+N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$ , при чему је  $M+N = \{m+n | m \in M, n \in N\}$ .
4. Нека је  $A \subseteq (a, b)$  мерљив скуп строго позитивне Лебегове мере и нека је  $M = \{x \in L^2(a, b) | x(t) = 0, t \in A\}$ . Доказати да је  $M$  векторски потпростор од  $L^2(a, b)$  и одредити  $M^\perp$ . За произвољну функцију  $f \in L^2(a, b)$  одредити ортогоналну пројекцију на  $M$ , као и ортогоналну допуну.

1. Испитати за које  $p$ ,  $1 \leq p < +\infty$ , функција  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}x}$  припада простору  $L^p(0, 1)$ .
2. Ако је  $f \in L^3(X, \mu) \cap L^6(X, \mu)$  и  $\|f\|_6 = 1$ , доказати да је  $\|f\|_4^2 \leq \|f\|_3$ .
3. Нека је  $H$  Хилбертов простор. Испитати да ли за произвољне векторске потпросторе  $M$  и  $N$  у  $H$  важи  $(M+N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$ , при чему је  $M+N = \{m+n | m \in M, n \in N\}$ .
4. Нека је  $A \subseteq (a, b)$  мерљив скуп строго позитивне Лебегове мере и нека је  $M = \{x \in L^2(a, b) | x(t) = 0, t \in A\}$ . Доказати да је  $M$  векторски потпростор од  $L^2(a, b)$  и одредити  $M^\perp$ . За произвољну функцију  $f \in L^2(a, b)$  одредити ортогоналну пројекцију на  $M$ , као и ортогоналну допуну.

1. Испитати за које  $p$ ,  $1 \leq p < +\infty$ , функција  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}x}$  припада простору  $L^p(0, 1)$ .
2. Ако је  $f \in L^3(X, \mu) \cap L^6(X, \mu)$  и  $\|f\|_6 = 1$ , доказати да је  $\|f\|_4^2 \leq \|f\|_3$ .
3. Нека је  $H$  Хилбертов простор. Испитати да ли за произвољне векторске потпросторе  $M$  и  $N$  у  $H$  важи  $(M+N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$ , при чему је  $M+N = \{m+n | m \in M, n \in N\}$ .
4. Нека је  $A \subseteq (a, b)$  мерљив скуп строго позитивне Лебегове мере и нека је  $M = \{x \in L^2(a, b) | x(t) = 0, t \in A\}$ . Доказати да је  $M$  векторски потпростор од  $L^2(a, b)$  и одредити  $M^\perp$ . За произвољну функцију  $f \in L^2(a, b)$  одредити ортогоналну пројекцију на  $M$ , као и ортогоналну допуну.

1. Испитати за које  $p$ ,  $1 \leq p < +\infty$ , функција  $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sh}x}$  припада простору  $L^p(0, 1)$ .
2. Ако је  $f \in L^3(X, \mu) \cap L^6(X, \mu)$  и  $\|f\|_6 = 1$ , доказати да је  $\|f\|_4^2 \leq \|f\|_3$ .
3. Нека је  $H$  Хилбертов простор. Испитати да ли за произвољне векторске потпросторе  $M$  и  $N$  у  $H$  важи  $(M+N)^\perp = M^\perp \cap N^\perp$ , при чему је  $M+N = \{m+n | m \in M, n \in N\}$ .
4. Нека је  $A \subseteq (a, b)$  мерљив скуп строго позитивне Лебегове мере и нека је  $M = \{x \in L^2(a, b) | x(t) = 0, t \in A\}$ . Доказати да је  $M$  векторски потпростор од  $L^2(a, b)$  и одредити  $M^\perp$ . За произвољну функцију  $f \in L^2(a, b)$  одредити ортогоналну пројекцију на  $M$ , као и ортогоналну допуну.