ТМИ - писмени испит

1. Нека је f мерљива и коначна скоро свуда на $[a,b]$. Доказати да постоји јединствен реалан h такав да је $m(\{t \mid f(t) \geqslant h\}) \geqslant \dfrac{b-a}{2}$ и $m(\{t \mid f(t) \geqslant H\}) < \dfrac{b-a}{2}$ за све $H > h$.

2. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int\limits_n^\infty \frac{n^2 \operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{n^2+x^2} \mathrm{d}x$.

3. Нека је $f(x) \geqslant 0$, $f \in L^2(0,+\infty)$ и $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$. Доказати да је $\displaystyle\lim_{x\to 0_+} \frac{F(x)}{\sqrt{x}} = 0$.

4. Нека су L_k, $k = 0,1,2,3$ потпростори од $L^2(0,1)$ генерисани полиномима степена мањег или једнаког од k. Израчунати $\mathrm{d}(f, L_k)$ за свако $k = 0,1,2,3$ ако је $f(t) = t^3$.

ТМИ - писмени испит

1. Нека је f мерљива и коначна скоро свуда на $[a,b]$. Доказати да постоји јединствен реалан h такав да је $m(\{t \mid f(t) \geqslant h\}) \geqslant \dfrac{b-a}{2}$ и $m(\{t \mid f(t) \geqslant H\}) < \dfrac{b-a}{2}$ за све $H > h$.

2. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int\limits_n^\infty \frac{n^2 \operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{n^2+x^2} \mathrm{d}x$.

3. Нека је $f(x) \geqslant 0$, $f \in L^2(0,+\infty)$ и $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$. Доказати да је $\displaystyle\lim_{x\to 0_+} \frac{F(x)}{\sqrt{x}} = 0$.

4. Нека су L_k, $k = 0,1,2,3$ потпростори од $L^2(0,1)$ генерисани полиномима степена мањег или једнаког од k. Израчунати $\mathrm{d}(f, L_k)$ за свако $k = 0,1,2,3$ ако је $f(t) = t^3$.

ТМИ - писмени испит

1. Нека је f мерљива и коначна скоро свуда на $[a,b]$. Доказати да постоји јединствен реалан h такав да је $m(\{t \mid f(t) \geqslant h\}) \geqslant \dfrac{b-a}{2}$ и $m(\{t \mid f(t) \geqslant H\}) < \dfrac{b-a}{2}$ за све $H > h$.

2. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int\limits_n^\infty \frac{n^2 \operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{n^2+x^2} \mathrm{d}x$.

3. Нека је $f(x) \geqslant 0$, $f \in L^2(0,+\infty)$ и $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$. Доказати да је $\displaystyle\lim_{x\to 0_+} \frac{F(x)}{\sqrt{x}} = 0$.

4. Нека су L_k, $k = 0,1,2,3$ потпростори од $L^2(0,1)$ генерисани полиномима степена мањег или једнаког од k. Израчунати $\mathrm{d}(f, L_k)$ за свако $k = 0,1,2,3$ ако је $f(t) = t^3$.

ТМИ - писмени испит

1. Нека је f мерљива и коначна скоро свуда на $[a,b]$. Доказати да постоји јединствен реалан h такав да је $m(\{t \mid f(t) \geqslant h\}) \geqslant \dfrac{b-a}{2}$ и $m(\{t \mid f(t) \geqslant H\}) < \dfrac{b-a}{2}$ за све $H > h$.

2. Израчунати $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int\limits_n^\infty \frac{n^2 \operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{n^2+x^2} \mathrm{d}x$.

3. Нека је $f(x) \geqslant 0$, $f \in L^2(0,+\infty)$ и $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$. Доказати да је $\displaystyle\lim_{x\to 0_+} \frac{F(x)}{x} = 0$.

4. Нека су L_k, $k = 0,1,2,3$ потпростори од $L^2(0,1)$ генерисани полиномима степена мањег или једнаког од k. Израчунати $\mathrm{d}(f, L_k)$ за свако $k = 0,1,2,3$ ако је $f(t) = t^3$.