

ТМИ - ЈУН

- Нека је $\mathbb{Z}(A) = \{(x, y) \in A \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$, за Борелов скуп $A \subset \mathbb{R}^2$. Нека је $\mu(A) = \sum_{(x,y) \in \mathbb{Z}(A)} |x + y|$.
 - Доказати да је μ мера.
 - Израчунати $\int_X d\mu$, где је $X = [-1, 1] \times [-4, 4]$.
 - Израчунати $\int_{\mathbb{R}^2} f d\mu$, где је $f = \chi_{(0, \frac{1}{2}) \times (1, 3)} + 2\chi_{(1, 5) \times (2, 4)}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{nx} \cos x}{\ln(1+x)} dx$.
- Нека је $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функција за коју важи да је $|f(x)| = |x|$, за све $x \in \mathbb{R}$. Доказати да је f Лебег мерљива ако и само ако постоји Лебег мерљив скуп $A = A(f)$ такав да је $f(x) = x\chi_A(x) - x\chi_{A^c}(x)$.
- Израчунати $\min_{a,b,c \in \mathbb{R}} \int_0^{+\infty} |a + bx + cx^2 + x^3|^2 e^{-x} dx$.

ТМИ - ЈУН

- Нека је $\mathbb{Z}(A) = \{(x, y) \in A \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$, за Борелов скуп $A \subset \mathbb{R}^2$. Нека је $\mu(A) = \sum_{(x,y) \in \mathbb{Z}(A)} |x + y|$.
 - Доказати да је μ мера.
 - Израчунати $\int_X d\mu$, где је $X = [-1, 1] \times [-4, 4]$.
 - Израчунати $\int_{\mathbb{R}^2} f d\mu$, где је $f = \chi_{(0, \frac{1}{2}) \times (1, 3)} + 2\chi_{(1, 5) \times (2, 4)}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{nx} \cos x}{\ln(1+x)} dx$.
- Нека је $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функција за коју важи да је $|f(x)| = |x|$, за све $x \in \mathbb{R}$. Доказати да је f Лебег мерљива ако и само ако постоји Лебег мерљив скуп $A = A(f)$ такав да је $f(x) = x\chi_A(x) - x\chi_{A^c}(x)$.
- Израчунати $\min_{a,b,c \in \mathbb{R}} \int_0^{+\infty} |a + bx + cx^2 + x^3|^2 e^{-x} dx$.