

Анализа 3 (И смер) - први тест

Презиме и име, име професора _____

1. Навести пример неконстантног пресликавања $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^5$ чија је бар једна координатна функција ненегативна (и у наведеном примеру назначити која је у питању).

2. Нека је функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ дата формулом $f(x, y) = \frac{\ln(x - y) - 2}{\sqrt{x^2 + y}}$.

а) Скицирати домен дате функције.

б) Да ли постоји тачка $A \in \mathbb{R}^2$ таква да је $f(A) = 0$?

в) Израчунати лимес ове функције дуж полуправе са почетком у координатном почетку која заклапа угао $\frac{\pi}{6}$ са позитивним делом x -осе, када $\rho \rightarrow \infty$.

3. Нека је функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ дата са $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(y+4)^2}{(x+1)^2 + (y+4)^2}, & (x, y) \neq (-1, -4) \\ 0, & (x, y) = (-1, -4) \end{cases}$.

а) Да ли је f непрекидна на скупу $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \leq 1\}$?

б) Да ли је f непрекидна на \mathbb{R}^2 ?

4. Нека је функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ дата са $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3y^3 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

а) Показати да $f'_y(0, 0)$ не постоји.

б) Да ли је функција f диференцијабилна? Образложити.

5. Наћи тангентну раван на површ $z = \sin(x^2 + y^2)$ у тачки $(\sqrt{\pi}, 0)$.

6. Одредити најмању вредност функције $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2013$ на скупу $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 3\}$.