Анализа 1 - ЈУН **21.6.2014.**

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+4^x)}$, ако је $a=0$, $a=+\infty$ и $a=-\infty$.

2. **а)** Нека је $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ диференцијабилна функција и нека је $f'(x)=0$ за свако $x\in(a,b)$. Доказати да је тада $f(x)$ константна функција на (a,b).

б) Доказати да је $\operatorname{arctg} x=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

3. Нека је $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x+1)^3}{x}}$.

а) Одредити константе $a_1,b_1,c_1\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_1x+b_1+\frac{c_1}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to+\infty$.

б) Одредити константе $a_2,b_2,c_2\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_2x+b_2+\frac{c_2}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to-\infty$

в) Испитати ток и скицирати график функције $f(x)$.

4. Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $x_n=\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)^n+\sqrt[n]{1+3^n+5^{(-1)^n n}}$.

Анализа 1 - ЈУН **21.6.2014.**

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+4^x)}$, ако је $a=0$, $a=+\infty$ и $a=-\infty$.

2. **а)** Нека је $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ диференцијабилна функција и нека је $f'(x)=0$ за свако $x\in(a,b)$. Доказати да је тада $f(x)$ константна функција на (a,b).

б) Доказати да је $\operatorname{arctg} x=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

3. Нека је $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x+1)^3}{x}}$.

а) Одредити константе $a_1,b_1,c_1\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_1x+b_1+\frac{c_1}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to+\infty$.

б) Одредити константе $a_2,b_2,c_2\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_2x+b_2+\frac{c_2}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to-\infty$

в) Испитати ток и скицирати график функције $f(x)$.

4. Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $x_n=\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)^n+\sqrt[n]{1+3^n+5^{(-1)^n n}}$.

Анализа 1 - ЈУН **21.6.2014.**

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+4^x)}$, ако је $a=0$, $a=+\infty$ и $a=-\infty$.

2. **а)** Нека је $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ диференцијабилна функција и нека је $f'(x)=0$ за свако $x\in(a,b)$. Доказати да је тада $f(x)$ константна функција на (a,b).

б) Доказати да је $\operatorname{arctg} x=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

3. Нека је $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x+1)^3}{x}}$.

а) Одредити константе $a_1,b_1,c_1\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_1x+b_1+\frac{c_1}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to+\infty$.

б) Одредити константе $a_2,b_2,c_2\in\mathbb{R}$ тако да је $f(x)=a_2x+b_2+\frac{c_2}{x}+o(\frac{1}{x})$, $x\to-\infty$

в) Испитати ток и скицирати график функције $f(x)$.

4. Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $x_n=\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)^n+\sqrt[n]{1+3^n+5^{(-1)^n n}}$.

Анализа 1 - ЈУН **21.6.2014.**

1. Израчунати $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+4^x)}$, ако је $a=0$, $a=+\infty$ и $a=-\infty$.

2. **а)** Нека је $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ диференцијабилна функција и нека је $f'(x)=0$ за свако $x\in(a,b)$. Доказати да је тада $f(x)$ константна функција на (a,b).

б) Доказати да је $\mathrm{arctg}x = \arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

3. Нека је $f(x)=\sqrt{\dfrac{(x+1)^3}{x}}$.

а) Одредити константе $a_1, b_1, c_1 \in \mathbb{R}$ тако да је $f(x) = a_1x + b_1 + \frac{c_1}{x} + o(\frac{1}{x})$, $x\to+\infty$.

б) Одредити константе $a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$ тако да је $f(x) = a_2x + b_2 + \frac{c_2}{x} + o(\frac{1}{x})$, $x\to-\infty$

в) Испитати ток и скицирати график функције $f(x)$.

4. Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $x_n = \left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)^n + \sqrt[n]{1+3^n+5^{(-1)^n n}}$.