Анализа 1 - ЈУЛ **11.7.2014.**

1. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax}{1+x} & x > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{x}{a} & x \leqslant 0 \end{cases}$ и нека је $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Одредити све вредности a за које је $f(x)$ непрекидна. Да ли је за такве a функција и диференцијабилна?

2. **а)** Доказати да за $x \geqslant 0$ важи неједнакост $\ln(1+x) \leqslant x$.

б) Нека је $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ низ реалних бројева такав да је $x_1 > 0$ и $x_{n+1} = \dfrac{x_n + \ln(1+x_n)}{2}$. Доказати да низ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ конвергира и израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

в) Одредити супремум и инфимум скупа $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$.

Анализа 1 - ЈУЛ **11.7.2014.**

1. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax}{1+x} & x > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{x}{a} & x \leqslant 0 \end{cases}$ и нека је $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Одредити све вредности a за које је $f(x)$ непрекидна. Да ли је за такве a функција и диференцијабилна?

2. **а)** Доказати да за $x \geqslant 0$ важи неједнакост $\ln(1+x) \leqslant x$.

б) Нека је $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ низ реалних бројева такав да је $x_1 > 0$ и $x_{n+1} = \dfrac{x_n + \ln(1+x_n)}{2}$. Доказати да низ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ конвергира и израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

в) Одредити супремум и инфимум скупа $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$.

Анализа 1 - ЈУЛ **11.7.2014.**

1. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax}{1+x} & x > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{x}{a} & x \leqslant 0 \end{cases}$ и нека је $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Одредити све вредности a за које је $f(x)$ непрекидна. Да ли је за такве a функција и диференцијабилна?

2. **а)** Доказати да за $x \geqslant 0$ важи неједнакост $\ln(1+x) \leqslant x$.

б) Нека је $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ низ реалних бројева такав да је $x_1 > 0$ и $x_{n+1} = \dfrac{x_n + \ln(1+x_n)}{2}$. Доказати да низ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ конвергира и израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

в) Одредити супремум и инфимум скупа $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$.

Анализа 1 - ЈУЛ **11.7.2014.**

1. Нека је $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax}{1+x} & x > 0, \\ \operatorname{arctg}\frac{x}{a} & x \leqslant 0 \end{cases}$ и нека је $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Одредити све вредности a за које је $f(x)$ непрекидна. Да ли је за такве a функција и диференцијабилна?

2. **а)** Доказати да за $x \geqslant 0$ важи неједнакост $\ln(1+x) \leqslant x$.

б) Нека је $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ низ реалних бројева такав да је $x_1 > 0$ и $x_{n+1} = \dfrac{x_n + \ln(1+x_n)}{2}$. Доказати да низ $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ конвергира и израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

в) Одредити супремум и инфимум скупа $\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$.