

1. Нека је $b > 0$ задати параметар и нека је дат низ: $a_k := \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{b}{n}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{b}{n}\right)^{n-k}$, $k \in \mathbb{N}$.
- (а) Доказати да је $a_k = \frac{e^{-b} \cdot b^k}{k!}$, за свако $k \in \mathbb{N}$.
- (б) Одредити све вредности параметра b за које у низу $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ има једнаких узастопних чланова.
- (в) За које вредности параметра b је a_{123} највећи члан низа $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$?
2. Дата је функција: $f(x) = \ln \left(\frac{x+4}{x-4} \right)^2 - \frac{4x}{3} + 2^{\operatorname{sgn} x}$.
- (а) Испитати ток и скицирати график функције f .
- (б) Колико има тачака у којима је функција f диференцијабилна, а функција $|f|$ није ?
3. Нека је дата функција $g(x) = \left(x + \frac{\sin(x^2)}{x} \right) e^{x|x|}$.
- (а) Испитати равномерну непрекидност функције g на скупу $(-\infty, 0)$.
- (б) Испитати равномерну непрекидност функције g на скупу $(0, +\infty)$.
4. Дат је природан број n , $n \geq 2$. Нека је $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ непрекидна функција, n пута диференцијабилна на интервалу (a, b) , са својством да њен график садржи $n+1$ колонеарну тачку. Доказати да постоји тачка $c \in (a, b)$ таква да важи: $f^{(n)}(c) = 0$.

1. Дата је функција: $f(x) = \frac{4x}{3} + \ln \left(\frac{x-4}{x+4} \right)^2 - 2^{\operatorname{sgn} x}$.
- (а) Испитати ток и скицирати график функције f .
- (б) Колико има тачака у којима је функција f диференцијабилна, а функција $|f|$ није ?
2. Нека је $a > 0$ дати параметар и нека је задат низ: $x_n := \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{a}{k}\right)^n \cdot \binom{k}{n} \cdot \left(1 - \frac{a}{k}\right)^{k+n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- (а) Доказати да је $x_n = \frac{a^n}{e^a \cdot n!}$, за свако $n \in \mathbb{N}$.
- (б) За које вредности параметра a у низу $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ има једнаких узастопних чланова?
- (в) За које вредности параметра a је x_{51} највећи члан низа $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$?
3. Нека је дата функција $h(x) = \left(\frac{\sin(x^2)}{x} - x \right) e^{x|x|}$.
- (а) Испитати равномерну непрекидност функције h на скупу $(-\infty, 0)$.
- (б) Испитати равномерну непрекидност функције h на скупу $(0, +\infty)$.
4. Дат је природан број n , $n \geq 2$. Нека је $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ непрекидна функција, n пута диференцијабилна на интервалу (a, b) , са својством да њен график садржи $n+1$ колонеарну тачку. Доказати да постоји тачка $c \in (a, b)$ таква да важи: $f^{(n)}(c) = 0$.