

Диференцијалне једначине - наставак

1. Решити систем диференцијалних једначина:

$$\begin{aligned}x_1' &= 3x_1 + 12x_2 - 4x_3 \\x_2' &= -x_1 - 3x_2 + x_3 \\x_3' &= -x_1 - 12x_2 + 6x_3.\end{aligned}$$

2. Решити систем диференцијалних једначина:

$$\begin{aligned}x_1' &= -2x_1 + x_2 - 2x_3 \\x_2' &= x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\x_3' &= 3x_1 - 3x_2 + 5x_3.\end{aligned}$$

3. Решити нехомогени систем диференцијалних једначина методом варијације констаната:

$$\begin{aligned}x_1' &= x_1 + x_2 - \cos t \\x_2' &= -2x_1 - x_2 + \sin t + \cos t.\end{aligned}$$

4. Решити нехомогени систем диференцијалних једначина:

$$\begin{aligned}x_1' &= 2x_1 + x_2 + 2e^t \\x_2' &= x_1 + 2x_2 - 3e^{4t}.\end{aligned}$$

5. Испитати стабилност еквилибријума следећег система диференцијалних једначина:

$$\begin{aligned}x_1' &= -x_1 + x_2 + 2x_1x_2 \\x_2' &= 2x_1 - 3x_2 + 5x_1^4 + x_2^5\end{aligned}$$

6. Испитати стабилност еквилибријума $(0, 0, 0)$ следећег система диференцијалних једначина:

$$\begin{aligned}x_1' &= e^{x_1} - e^{-3x_3} \\x_2' &= 4x_3 - 3 \sin(x_1 + x_2) \\x_3' &= \ln(1 - 3x_1 + x_3)\end{aligned}$$

7. Нека је дат систем:

$$\begin{aligned}x_1' &= -2x_2 + x_2x_3 \\x_2' &= x_1 - x_1x_3 \\x_3' &= x_1x_2\end{aligned}$$

(а) Зашто се не може испитати стабилност еквилибријума $(0, 0, 0)$ методом сопствених вредности?

(б) Методом функције Љапунова испитати стабилност еквилибријума $(0, 0, 0)$.

8. Одредити вредност параметара $a, b \in \mathbb{R}$ за које је еквилибријум $(0, 0)$ следећег система асимптотски стабилан:

$$\begin{aligned}x_1' &= \ln(e + ax_1) - e^{x_2} \\x_2' &= bx_1 + \operatorname{tg} x_2\end{aligned}$$

9. Методом функције Љапунова испитати стабилност еквилибријума система:

$$\begin{aligned}x_1' &= -x_2^3 \\x_2' &= x_1^3\end{aligned}$$

10. Нека је дат систем:

$$\begin{aligned}x_1' &= -\sin x_1 \\x_2' &= x_1\end{aligned}$$

(а) Показати да је $V(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{2} - \cos x_2 + 1$ једна функција Љапунова за задати систем.

(б) Методом функције Љапунова испитати стабилност еквилибријума $(0, 0)$.