

1. Дата је функција $d : (0, +\infty) \times (0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ са $d(x, y) = |\ln x - \ln y|$.
- Доказати да је функција d метрика на скупу $(0, +\infty)$.
 - Ако је $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Кошијев у метричком простору $((0, +\infty), d)$, доказати да је $(\ln x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергентан у (\mathbb{R}, d_e) .
 - Користећи непрекидност експоненцијалне функције закључити да је Кошијев низ $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергентан у $((0, +\infty), d)$.
2. Посматрајмо Кошијев проблем $x' = 6t\sqrt[3]{x^2}$, $x(0) = 0$.
- Експлицитно решити дати Кошијев проблем и закључити да има два решења.
 - Који услов Пикарове теореме није испуњен у овом случају? Детаљно образложити.
3. Нека је дат систем диференцијалних једначина:
- $$\begin{aligned}x'_1 &= 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \\x'_2 &= 2x_1 + x_2 - 4x_3 \\x'_3 &= x_1 + 2x_2.\end{aligned}$$
- Решити дати систем.
 - Испитати стабилност еквилибријума $(0, 0, 0)$.
4. Изразити Фуријеову трансформацију функције $f(x+a)$ и функције $f(ax)$ (a је реална константа) преко Фуријеове трансформације функције $f(x)$.

1. Дата је функција $d : (0, +\infty) \times (0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ са $d(x, y) = |\ln x - \ln y|$.
- Доказати да је функција d метрика на скупу $(0, +\infty)$.
 - Ако је $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Кошијев у метричком простору $((0, +\infty), d)$, доказати да је $(\ln x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергентан у (\mathbb{R}, d_e) .
 - Користећи непрекидност експоненцијалне функције закључити да је Кошијев низ $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергентан у $((0, +\infty), d)$.
2. Посматрајмо Кошијев проблем $x' = 6t\sqrt[3]{x^2}$, $x(0) = 0$.
- Експлицитно решити дати Кошијев проблем и закључити да има два решења.
 - Који услов Пикарове теореме није испуњен у овом случају? Детаљно образложити.
3. Нека је дат систем диференцијалних једначина:
- $$\begin{aligned}x'_1 &= 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \\x'_2 &= 2x_1 + x_2 - 4x_3 \\x'_3 &= x_1 + 2x_2.\end{aligned}$$
- Решити дати систем.
 - Испитати стабилност еквилибријума $(0, 0, 0)$.
4. Изразити Фуријеову трансформацију функције $f(x+a)$ и функције $f(ax)$ (a је реална константа) преко Фуријеове трансформације функције $f(x)$.