

1. Нека је α ирационалан број и $f \in C(\mathbb{R})$ периодична са периодом 1. Доказати да је $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(k\alpha) = \int_0^1 f(x) dx$.
2. Одредити спектар оператора $T : L^2(0, 1) \rightarrow L^2(0, 1)$ који је задат са $Tf(x) = (|4x - 2| - |4x - 3| - x)f(x)$. Да ли је T компактан?
3. Нека је $(x_k)_{k=1}^{\infty}$ низ у l^2 такав да је $x_k = \left(1, \frac{1}{2^k}, \frac{1}{2^{2k}}, \frac{1}{2^{3k}}, \frac{1}{2^{4k}}, \dots\right)$. Доказати да је $\overline{\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots)} = l^2$.