

1. Доказати да низ дефинисан са $x_0 = 1$ и $x_{n+1} = \frac{3x_n + 1}{x_n + 2}$ конвергира и наћи му граничну вредност.

2. Детаљно испитати функцију $f(x) = x \cdot \frac{\ln x - 1}{\ln x + 1}$ и нацртати њен график.

3. Одредити реалне константе a и b тако да функција f буде диференцијабилна, где је

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{1}{x}} + a}{e^{\frac{1}{x}} + 1} \cdot x, & x \neq 0 \\ b, & x = 0 \end{cases}.$$

4. Нека је $f : (0,1) \rightarrow \mathbb{R}$ диференцијабилна, $f'(x) > 1$ за $\forall x \in (0,1)$. Доказати да постоје $\xi \in (0,1)$ и цео број k , такви да важи $f(\xi) = k$.

5. Ако је $a^2 - 3b < 0$ доказати да једначина $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ има тачно један реалан корен.