Предрок из Анализе 1А **12.01.2015.**

1. Дата је функција $f(x) = \log \frac{x^3}{x+1}$.

(а) Испитати ток и нацртати график функције f.

(б) Испитати равномерну непрекидност функције f на скупу $(2, +\infty)$.

(в) Испитати равномерну непрекидност функције f на скупу $(0, 1]$.

2. Низ реалних бројева $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ задовољава једначину

$$a_n e^{a_n} = n,$$

за сваки природан број n.

(а) Показати да је низ a_n добро дефинисан, односно да за сваки природан број n постоји јединствен реалан број a_n који задовољава једначину $a_n e^{a_n} = n$.

(б) Показати да важи $a_n > 0$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

(в) Показати да је $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ растући низ.

(г) Показати да важи $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.

(д) Показати да важи $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\log a_n}{a_n} = 0$.

(ђ) Израчунати $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{a_n}{\log n}$.

3. (а) Показати да се између свака два реална решења једначине $e^x \sin x = 1$ налази бар једно реално решење једначине $e^x \cos x = -1$.

(б) Показати да је скуп реалних решења једначине $e^x \cos x = -1$ пребројив.

Предрок из Анализе 1А **12.01.2015.**

1. Дата је функција $f(x) = \log \frac{x^3}{x+1}$.

(а) Испитати ток и нацртати график функције f.

(б) Испитати равномерну непрекидност функције f на скупу $(2, +\infty)$.

(в) Испитати равномерну непрекидност функције f на скупу $(0, 1]$.

2. Низ реалних бројева $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ задовољава једначину

$$a_n e^{a_n} = n,$$

за сваки природан број n.

(а) Показати да је низ a_n добро дефинисан, односно да за сваки природан број n постоји јединствен реалан број a_n који задовољава једначину $a_n e^{a_n} = n$.

(б) Показати да важи $a_n > 0$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

(в) Показати да је $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ растући низ.

(г) Показати да важи $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.

(д) Показати да важи $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\log a_n}{a_n} = 0$.

(ђ) Израчунати $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{a_n}{\log n}$.

3. (а) Показати да се између свака два реална решења једначине $e^x \sin x = 1$ налази бар једно реално решење једначине $e^x \cos x = -1$.

(б) Показати да је скуп реалних решења једначине $e^x \cos x = -1$ пребројив.