***Анализа 1Б* (Писмени испит)** *18. септембар 2015.*

1. Израчунати $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}$.

2. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n!)^2}{4\cdot 11\cdot\ldots\cdot(2n^2+n+1)}$.

3. (а) Нека је $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ непрекидно диференцијабилна и строго опадајућа функција, таква да је $f(a)=b$ и $f(b)=a$. Ако је g инверзна функција за функцију f, доказати да је $\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

(б) Доказати да је $\int_0^1 (1-x^p)^{\frac{1}{q}}\,dx = \int_0^1 (1-x^q)^{\frac{1}{p}}\,dx$ за све $p,q>0$.

4. Нека је функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ интеграбилна на сваком сегменту реалне праве, при чему је $\int_0^{x+\frac{1}{n}} f(t)dt = \int_0^x f(t)dt + \frac{1}{n}f(x)$ за све $x\in\mathbb{R}$ и $n\in\mathbb{N}$. Доказати да је f константна функција.

***Анализа 1Б* (Писмени испит)** *18. септембар 2015.*

1. Израчунати $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}$.

2. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n!)^2}{4\cdot 11\cdot\ldots\cdot(2n^2+n+1)}$.

3. (а) Нека је $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ непрекидно диференцијабилна и строго опадајућа функција, таква да је $f(a)=b$ и $f(b)=a$. Ако је g инверзна функција за функцију f, доказати да је $\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

(б) Доказати да је $\int_0^1 (1-x^p)^{\frac{1}{q}}\,dx = \int_0^1 (1-x^q)^{\frac{1}{p}}\,dx$ за све $p,q>0$.

4. Нека је функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ интеграбилна на сваком сегменту реалне праве, при чему је $\int_0^{x+\frac{1}{n}} f(t)dt = \int_0^x f(t)dt + \frac{1}{n}f(x)$ за све $x\in\mathbb{R}$ и $n\in\mathbb{N}$. Доказати да је f константна функција.

***Анализа 1Б* (Писмени испит)** *18. септембар 2015.*

1. Израчунати $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}$.

2. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n!)^2}{4\cdot 11\cdot\ldots\cdot(2n^2+n+1)}$.

3. (а) Нека је $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ непрекидно диференцијабилна и строго опадајућа функција, таква да је $f(a)=b$ и $f(b)=a$. Ако је g инверзна функција за функцију f, доказати да је $\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

(б) Доказати да је $\int_0^1 (1-x^p)^{\frac{1}{q}}\,dx = \int_0^1 (1-x^q)^{\frac{1}{p}}\,dx$ за све $p,q>0$.

4. Нека је функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ интеграбилна на сваком сегменту реалне праве, при чему је $\int_0^{x+\frac{1}{n}} f(t)dt = \int_0^x f(t)dt + \frac{1}{n}f(x)$ за све $x\in\mathbb{R}$ и $n\in\mathbb{N}$. Доказати да је f константна функција.

***Анализа 1Б* (Писмени испит)** *18. септембар 2015.*

1. Израчунати $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}$.

2. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n!)^2}{4\cdot 11\cdot\ldots\cdot(2n^2+n+1)}$.

3. (а) Нека је $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ непрекидно диференцијабилна и строго опадајућа функција, таква да је $f(a)=b$ и $f(b)=a$. Ако је g инверзна функција за функцију f, доказати да је $\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

(б) Доказати да је $\int_0^1 (1-x^p)^{\frac{1}{q}}\,dx = \int_0^1 (1-x^q)^{\frac{1}{p}}\,dx$ за све $p,q>0$.

4. Нека је функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ интеграбилна на сваком сегменту реалне праве, при чему је $\int_0^{x+\frac{1}{n}} f(t)dt = \int_0^x f(t)dt + \frac{1}{n}f(x)$ за све $x\in\mathbb{R}$ и $n\in\mathbb{N}$. Доказати да је f константна функција.

***Анализа 1Б* (Писмени испит)** *18. септембар 2015.*

1. Израчунати $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}$.

2. Испитати конвергенцију реда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(n!)^2}{4\cdot 11\cdot\ldots\cdot(2n^2+n+1)}$.

3. (а) Нека је $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ непрекидно диференцијабилна и строго опадајућа функција, таква да је $f(a)=b$ и $f(b)=a$. Ако је g инверзна функција за функцију f, доказати да је $\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.

(б) Доказати да је $\int_0^1 (1-x^p)^{\frac{1}{q}}\,dx = \int_0^1 (1-x^q)^{\frac{1}{p}}\,dx$ за све $p,q>0$.

4. Нека је функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ интеграбилна на сваком сегменту реалне праве, при чему је $\int_0^{x+\frac{1}{n}} f(t)dt = \int_0^x f(t)dt + \frac{1}{n}f(x)$ за све $x\in\mathbb{R}$ и $n\in\mathbb{N}$. Доказати да је f константна функција.