

Digitalni zapis podataka

Predavanje 1

4. novembar 2021.

Sadržaj

- 1 Zapis podataka u računarima
- 2 Zapis brojeva

Sadržaj

- 1 Zapis podataka u računarima
- 2 Zapis brojeva

Pozicioni brojčani sistemi

Neka skup S sadrži $N > 1$ cifara. Brojčana vrednost X u pozicionom sistemu sa osnovom N piše se u obliku niske cifara, uz poštovanje sledećih pravila:

- Broj različitih cifara pozicionog brojčanog sistema (N) se naziva osnova brojčanog sistema
- Broj X se zapisuje sa

$$(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_0, x_{-1} \dots x_{-m}$$

gde je x_i cifra na poziciji i , ($i \in [-m, n]$), $x_n x_{n-1} \dots x_0$ celobrojni, a $x_{-1} \dots x_{-m}$ razlomljeni deo broja

- Pozicija cifre - mesto cifre u zapisu broja
- Težina cifre u zapisu broja zavisi od pozicije na kojoj se cifra nalazi

pozicija	7	6	5	4	3	2	1	0
težina pozicije	N^7	N^6	N^5	N^4	N^3	N^2	N^1	N^0

- Dužina broja - broj cifara u zapisu broja

Pozicioni brojčani sistemi

Dve osobine konvencionalnih pozicionih brojčanih sistema sa fiksnom osnovom su:

- povećavanjem osnove brojčanog sistema smanjuje se dužina zapisa broja
- u svim brojčanim sistemima se osnova zapisuje kao 10 (jedan,nula), a 0 (nula) je najmanja cifra u svim sistemima

Pozicioni brojčani sistemi

stepen	binarni sistem	heksadekadni sistem
0	$2^0 = 1$	$16^0 = 1$
1	$2^1 = 2$	$16^1 = 16$
2	$2^2 = 4$	$16^2 = 256$
3	$2^3 = 8$	$16^3 = 4096$
4	$2^4 = 16$	$16^4 = 65536$
5	$2^5 = 32$	$16^5 = 1048576$
6	$2^6 = 64$	$16^6 = 16777216$

Odrediti vrednost u dekadnom sistemu za brojeve:

- $(101101)_2 =$
- $(F89A)_{16} =$
- $(567)_8 =$

Pozicioni brojčani sistemi

stepen	binarni sistem	heksadekadni sistem
0	$2^0 = 1$	$16^0 = 1$
1	$2^1 = 2$	$16^1 = 16$
2	$2^2 = 4$	$16^2 = 256$
3	$2^3 = 8$	$16^3 = 4096$
4	$2^4 = 16$	$16^4 = 65536$
5	$2^5 = 32$	$16^5 = 1048576$
6	$2^6 = 64$	$16^6 = 16777216$

Odrediti vrednost u dekadnom sistemu za brojeve:

- $(101101)_2 = 1 * 32 + 0 * 16 + 1 * 8 + 1 * 4 + 0 * 2 + 1 * 1 = 45$
- $(F89A)_{16} =$
- $(567)_8 =$

Pozicioni brojčani sistemi

stepen	binarni sistem	heksadekadni sistem
0	$2^0 = 1$	$16^0 = 1$
1	$2^1 = 2$	$16^1 = 16$
2	$2^2 = 4$	$16^2 = 256$
3	$2^3 = 8$	$16^3 = 4096$
4	$2^4 = 16$	$16^4 = 65536$
5	$2^5 = 32$	$16^5 = 1048576$
6	$2^6 = 64$	$16^6 = 16777216$

Određiti vrednost u dekadnom sistemu za brojeve:

- $(101101)_2 = 1 * 32 + 0 * 16 + 1 * 8 + 1 * 4 + 0 * 2 + 1 * 1 = 45$
- $(F89A)_{16} = 15 * 4096 + 8 * 256 + 9 * 16 + 10 * 1 = 63642$
- $(567)_8 =$

Pozicioni brojčani sistemi

stepen	binarni sistem	heksadekadni sistem
0	$2^0 = 1$	$16^0 = 1$
1	$2^1 = 2$	$16^1 = 16$
2	$2^2 = 4$	$16^2 = 256$
3	$2^3 = 8$	$16^3 = 4096$
4	$2^4 = 16$	$16^4 = 65536$
5	$2^5 = 32$	$16^5 = 1048576$
6	$2^6 = 64$	$16^6 = 16777216$

Odrediti vrednost u dekadnom sistemu za brojeve:

- $(101101)_2 = 1 * 32 + 0 * 16 + 1 * 8 + 1 * 4 + 0 * 2 + 1 * 1 = 45$
- $(F89A)_{16} = 15 * 4096 + 8 * 256 + 9 * 16 + 10 * 1 = 63642$
- $(567)_8 = 5 * 8^2 + 6 * 8^1 + 7 * 8^0 = 5 * 64 + 6 * 8 + 7 = 375$

Pozicioni brojčani sistemi

Koji je raspon brojeva koji se mogu zapisati u binarnom sistemu ako se koristi n cifara?

Pozicioni brojčani sistemi

Koji je raspon brojeva koji se mogu zapisati u binarnom sistemu ako se koristi n cifara?
 $[0, 2^n - 1]$

Pozicioni brojčani sistemi

Koji je raspon brojeva koji se mogu zapisati u binarnom sistemu ako se koristi n cifara?

$[0, 2^n - 1]$

Npr. za 8 je $[0, 2^8 - 1]$, odnosno $[0, 255]$

Npr. za 16 je $[0, 2^{16} - 1]$, odnosno $[0, 65535]$

Zapis mešovityh brojeva

Broj je mešoviti ukoliko ima cifre sa obe strane decimalne tačke

$$X_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_0 \cdot x_{-1} \dots x_{-m}$$

Mešoviti brojevi se mogu zapisati u

- uobičajenom obliku sa tačkom osnove (tzv. radix point) između celobrojnog i razlomljenog dela
 - ceo broj: $x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0$
 - razlomljen broj: $0.x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m}$
 - ukupan broj cifara je $n + 1 + m$
 - primer: $(1586.628)_{10}$ ili $(1001.111)_2$

Zapis mešovityh brojeva

Mešoviti brojevi se mogu zapisati u

- fiksnom zarezu
 - broj se uvek zapisuje pomoću l cifara, gde je $m \leq l$
 - sa m cifara se uvek zapisuje razlomljeni deo, a sa $l - m$ cifara celobrojni deo broja
 - format se zadaje u obliku $l.m$
 - greška ako je $n > l - m$
 - ako je broj cifara u razlomljenom delu $> m$ zapis broja se skraćuje na m cifara u razlomljenom delu

Zapis mešovityh brojeva

Broj	Format zapisa			
	8.4	6.4	6.1	7.0
$(25.6528)_{10}$	●●25.6528	25.6528	●●●25.6	●●●●25.
$(525.65)_{10}$	●525.6500	*****	●●525.6	●●●●525.
$(10111.11001)_2$	*****	*****	●10111.1	●●10111.
$(AB1.D23)_{16}$	●AB1.D230	*****	●●AB1.D	●●●●AB1.

Tabela: Primer zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Primeri zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Zapisati broj u formatu 7.3:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow$
- $(11.11)_2 \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Primeri zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Zapisati broj u formatu 7.3:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow \bullet 653.856$
- $(11.11)_2 \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Primeri zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Zapisati broj u formatu 7.3:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow \bullet 653.856$
- $(11.11)_2 \rightarrow \bullet \bullet 11.110$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Primeri zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Zapisati broj u formatu 7.3:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow \bullet 653.856$
- $(11.11)_2 \rightarrow \bullet \bullet 11.110$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow \text{*****}$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Primeri zapisa brojeva u fiksnom zarezu u različitim formatima zapisa

Zapisati broj u formatu 7.3:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow \bullet 653.856$
- $(11.11)_2 \rightarrow \bullet \bullet 11.110$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow \text{*****}$
- $(62.7655)_8 \rightarrow \bullet \bullet 62.765$

Zapis mešovityh brojeva

Mešoviti brojevi se mogu zapisati u

- pokretnom zarezu
 - broj se može zapisati u obliku $f * N^e$, gde je N osnova sistema, f frakcija, a e eksponent
 - zapis oblika $f_0.f_{-1}f_{-2}...f_{-l}$ gde $f_0 \neq 0$ se naziva normalizovan
 - npr. 156.896 se može zapisati kao $15.6896 * 10^1$ ili $156896 * 10^{-3}$ ili $1.56896 * 10^2$
 - (f, e)
 - npr. $(15.6896, 1)$, $(156896, -3)$, $(1.56896, 2)$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti frakciju za sledeće brojeve

- $(653.8569)_{10}$ za zapis u obliku $(f, -2) \rightarrow$
- $(11.11)_2$ za zapis u obliku $(f, 1) \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16}$ za zapis u obliku $(f, -1) \rightarrow$
- $(62.7655)_8$ za zapis u obliku $(f, -3) \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti frakciju za sledeće brojeve

- $(653.8569)_{10}$ za zapis u obliku $(f, -2) \rightarrow (65385.69, -2)$
- $(11.11)_2$ za zapis u obliku $(f, 1) \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16}$ za zapis u obliku $(f, -1) \rightarrow$
- $(62.7655)_8$ za zapis u obliku $(f, -3) \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti frakciju za sledeće brojeve

- $(653.8569)_{10}$ za zapis u obliku $(f, -2) \rightarrow (65385.69, -2)$
- $(11.11)_2$ za zapis u obliku $(f, 1) \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16}$ za zapis u obliku $(f, -1) \rightarrow$
- $(62.7655)_8$ za zapis u obliku $(f, -3) \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti frakciju za sledeće brojeve

- $(653.8569)_{10}$ za zapis u obliku $(f, -2) \rightarrow (65385.69, -2)$
- $(11.11)_2$ za zapis u obliku $(f, 1) \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16}$ za zapis u obliku $(f, -1) \rightarrow (A56D92.56, -1)$
- $(62.7655)_8$ za zapis u obliku $(f, -3) \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti frakciju za sledeće brojeve

- $(653.8569)_{10}$ za zapis u obliku $(f, -2) \rightarrow (65385.69, -2)$
- $(11.11)_2$ za zapis u obliku $(f, 1) \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16}$ za zapis u obliku $(f, -1) \rightarrow (A56D92.56, -1)$
- $(62.7655)_8$ za zapis u obliku $(f, -3) \rightarrow (62765.5, -3)$

Zapis mešovitih brojeva

Odrediti normalizovan zapis za sledeće brojeve:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow$
- $(11.11)_2 \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti normalizovan zapis za sledeće brojeve:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow (6.538569, 2)$
- $(11.11)_2 \rightarrow$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Zapis mešovitih brojeva

Odrediti normalizovan zapis za sledeće brojeve:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow (6.538569, 2)$
- $(11.11)_2 \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti normalizovan zapis za sledeće brojeve:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow (6.538569, 2)$
- $(11.11)_2 \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow (A.56D9256, 4)$
- $(62.7655)_8 \rightarrow$

Zapis mešovityh brojeva

Odrediti normalizovan zapis za sledeće brojeve:

- $(653.8569)_{10} \rightarrow (6.538569, 2)$
- $(11.11)_2 \rightarrow (1.111, 1)$
- $(A56D9.256)_{16} \rightarrow (A.56D9256, 4)$
- $(62.7655)_8 \rightarrow (6.27655, 1)$

Zadatak

binarni sistem	binarni sistem
$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0.5$
$2^1 = 2$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$
$2^2 = 4$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = 0.125$
$2^3 = 8$	
$2^4 = 16$	

Odrediti dekadnu vrednost za broj $(10110.011)_2$ i odrediti normalizovan zapis u osnovi 2 i u osnovi 10:

- $(10110.011)_2 =$

- normalizovan zapis u osnovi 2:
- normalizovan zapis u osnovi 10:

Zadatak

binarni sistem	binarni sistem
$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0.5$
$2^1 = 2$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$
$2^2 = 4$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = 0.125$
$2^3 = 8$	
$2^4 = 16$	

Odrediti dekadnu vrednost za broj $(10110.011)_2$ i odrediti normalizovan zapis u osnovi 2 i u osnovi 10:

- $(10110.011)_2 =$
 $0 * 2^0 + 1 * 2^1 + 1 * 2^2 + 0 * 2^3 + 1 * 2^4 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} =$
 $2 + 4 + 16 + 0.25 + 0.125 = 22.375$
- normalizovan zapis u osnovi 2:
- normalizovan zapis u osnovi 10:

Zadatak

binarni sistem	binarni sistem
$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0.5$
$2^1 = 2$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$
$2^2 = 4$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = 0.125$
$2^3 = 8$	
$2^4 = 16$	

Odrediti dekadnu vrednost za broj $(10110.011)_2$ i odrediti normalizovan zapis u osnovi 2 i u osnovi 10:

- $(10110.011)_2 =$
 $0 * 2^0 + 1 * 2^1 + 1 * 2^2 + 0 * 2^3 + 1 * 2^4 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} =$
 $2 + 4 + 16 + 0.25 + 0.125 = 22.375$
- normalizovan zapis u osnovi 2: $(1.0110011,4)$
- normalizovan zapis u osnovi 10:

Zadatak

binarni sistem	binarni sistem
$2^0 = 1$	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0.5$
$2^1 = 2$	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = 0.25$
$2^2 = 4$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = 0.125$
$2^3 = 8$	
$2^4 = 16$	

Odrediti dekadnu vrednost za broj $(10110.011)_2$ i odrediti normalizovan zapis u osnovi 2 i u osnovi 10:

- $(10110.011)_2 =$
 $0 * 2^0 + 1 * 2^1 + 1 * 2^2 + 0 * 2^3 + 1 * 2^4 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-3} =$
 $2 + 4 + 16 + 0.25 + 0.125 = 22.375$
- normalizovan zapis u osnovi 2: $(1.0110011,4)$
- normalizovan zapis u osnovi 10: $(2.2375,1)$

Prevođenje iz dekadnog sistema

Neka je ceo broj x zapisan u sistemu sa osnovom 10 ($(x)_{10}$) i potrebno ga je prevesti u osnovu M gde je $(x)_M = x_{k-1}x_{k-2}\dots x_1x_0$. Važi da je $(x)_{10} = (x)_M$, tj.

$$(x)_{10} = x_{k-1} * M^{k-1} + x_{k-2} * M^{k-2} + \dots + x_1 * M^1 + x_0 * M^0$$

Deljenjem obe strane se M dobija se


$$\frac{(x)_{10}}{M} = x_{k-1} * M^{k-2} + x_{k-2} * M^{k-3} + \dots + x_1 * M^0 + x_0 * M^{-1}$$

gde je $X_1 = x_{k-1} * M^{k-2} + x_{k-2} * M^{k-3} + \dots + x_1 * M^0$ ceo broj, a $\frac{x_0}{M}$ razlomjeni broj. Odnosno, deljenjem broja $(x)_{10}$ sa osnovom M se dobija cifra na najnižoj poziciji jer predstavlja ostatak pri deljenju sa M .

Rekurentna formula za određivanje cifara je

$$\frac{X_i}{M} = X_{i+1} + \frac{x_i}{M}$$

$$X_0 = (x)_{10}$$

pri čemu se aritmetičke operacije izvode u sistemu sa osnovom 10. 

Prevođenje iz dekadnog sistema

Šematski postupak

i		0	1	2	...	k-1
X_i		X_0	X_1	X_2		X_{k-1}
x_i		x_0	x_1	x_2		x_{k-1}

← smer čitanja cifara

gde je $X_i + 1$ je celobrojni deo količnika $\frac{X_i}{M}$, a x_i ostatak pri ovom deljenju.
Postupak se ponavlja sve dok se ne dođe do broja $X_k = 0$

Primer prevođenja iz dekadnog sistema

Prevesti $(94)_{10}$ u binarni sistem.

i		0	1	2	3	4	5	6
X_i		94	47	23	11	5	2	1
x_i		0	1	1	1	1	0	1

Rešenje: $(1011110)_2$

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(3129)_{10}$ u sistem sa osnovom 4.

i		0	1	2	3	4	5
X_i		3129	782	195	48	12	3
x_i		1	2	3	0	0	3

Rešenje: $(300321)_4$

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(3129)_{10}$ u sistem sa osnovom 16.

i		0	1	2
X_i		3129	195	12
x_i		9	3	C

Rešenje: $(C39)_{16}$

Prevođenje iz dekadnog sistema

Neka je razlomljen broj x zapisan u sistemu sa osnovom 10 ($(x)_{10}$) i potrebno ga je prevesti u osnovu M gde je $(x)_M = 0.x_{-1}x_{-2}...x_{-l}$. Važi da je $(x)_{10} = (x)_M$, tj.

$$(x)_{10} = x_{-1} * M^{-1} + x_{-2} * M^{-2} + \dots + x_{-l} * M^{-l}$$

Množenjem obe strane se M dobija se

$$(x)_{10} * M = x_{-1} * M^0 + x_{-2} * M^{-1} + \dots + x_{-l} * M^{-(l-1)}$$

gde je $X_{-1} = x_{-2} * M^{-1} + \dots + x_{-l} * M^{-(l-1)}$ razlomljeni broj, a x_{-1} celobrojni broj. Odnosno, množenjem broja $(x)_{10}$ sa osnovom M se dobija cifra na poziciji x_{-1} .

Množenjem X_{-1} sa M dobija se cifra x_{-2} itd.

Rekurentna formula za određivanje cifara je

$$X_i * M = x_{-(i+1)} + X_{-(i+1)}$$

$$X_0 = X$$

pri čemu se aritmetičke operacije izvode u sistemu sa osnovom 10.

Prevođenje iz dekadnog sistema

Šematski postupak

i		0	1	2	...	q
X_{-i}		X_0	X_{-1}	X_{-2}		X_{-q}
x_{-i}		0	x_{-1}	x_{-2}		x_{-q}

smer čitanja cifara →

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(0.84375)_{10}$ u binarni sistem.

i		0	1	2	3	4	5
X_{-i}		0.84375	0.6875	0.375	0.75	0.5	0
x_{-i}		0	1	1	0	1	1

Rešenje: $(0.11011)_2$

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(0.84375)_{10}$ u sistem sa osnovom 16.

i		0	1	2
X_{-i}		0.84375	0.5	0
x_{-i}		0	D	8

Rešenje: $(0.D8)_{16}$

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(0.84375)_{10}$ u sistem sa osnovom 12.

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(0.84375)_{10}$ u sistem sa osnovom 12.

i		0	1	2	3
X_{-i}		0.84375	0.125	0.5	0
x_{-i}		0	A	1	6

Primer prevođenja iz dekadnog sistema

Prevesti $(0.84375)_{10}$ u sistem sa osnovom 12.

i		0	1	2	3
X_{-i}		0.84375	0.125	0.5	0
x_{-i}		0	A	1	6

Rešenje: $(0.A16)_{12}$

Primer prevođenja iz dekadnog sistema

Prevesti $(12.375)_{10}$ u sistem sa osnovom 2.

i		0	1	2	3
X_i		12	6	3	1
x_i		0	0	1	1

Tabela: Šematski prikaz pevođenja broja $(12)_{10}$ u sistem sa osnovom 2

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(12.375)_{10}$ u sistem sa osnovom 2.

i		0	1	2	3
X_{-i}		0.375	0.75	0.5	0
x_{-i}		0	0	1	1

Tabela: Šematski prikaz pevođenja broja $(0.375)_{10}$ u sistem sa osnovom 2

Rešenje: $(1100.011)_2$

Primer prevođenja iz dekadnog sistema

Prevesti $(14.34)_{10}$ u sistem sa osnovom 5 i rezultat prikazati u fiksnom zapisu u formatu 6.3.

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

Prevesti $(14.34)_{10}$ u sistem sa osnovom 5 i rezultat prikazati u fiksnom zapisu u formatu 6.3.

i		0	1
X_i		14	2
x_i		4	2

Tabela: Šematski prikaz pevođenja broja $(14)_{10}$ u sistem sa osnovom 5

Primer prevođenja iz dekadnog sistema

i		0	1	2	3	4	5	...
X_{-i}		0.34	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5	...
x_{-i}		0	1	3	2	2	2	...

Tabela: Šematski prikaz pevođenja broja $(0.34)_{10}$ u sistem sa osnovom 5

Primer prevođenje iz dekadnog sistema

i		0	1	2	3	4	5	...
X_i		0.34	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5	...
x_i		0	1	3	2	2	2	...

Tabela: Šematski prikaz pevođenja broja $(0.34)_{10}$ u sistem sa osnovom 5

Rešenje: ●24.132

