

Sadržaj

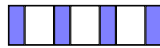
1	Inicijalno B^+ drvo sa 3 vrednosti (ključ sloga) i 4 pokazivača po čvoru	2
2	Dodavanje brojeva u B^+ drvo	2
2.1	Dodaj 3	2
2.2	Dodaj 9	2
2.3	Dodaj 10	2
2.4	Dodaj 1	2
2.5	Dodaj 2	3
2.6	Dodaj 6	3
2.7	Dodaj 4	3
2.8	Dodaj 5	4
2.9	Dodaj 7	4
2.10	Dodaj 8	5
3	Brisanje vrednosti iz B^+ drveta	6
3.1	Obriši 7	6
3.2	Obriši 10	6
3.3	Obriši 6	7

1 Inicijalno B^+ drvo sa 3 vrednosti (ključ sloga) i 4 pokazivača po čvoru

Uslovi koji moraju da važe za ovo B^+ drvo :

- čvor u sredini mora imati 2 pokazivača na čvorove na narednom nivou
- list mora imati 2 pokazivača na podatke.

U primeru radi jednostavnosti se navodi vrednost X umesto slog sa vrednošću ključa X.



2 Dodavanje brojeva u B^+ drvo

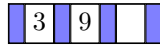
2.1 Dodaj 3

Pošto ima mesta, broj 3 se dodaje u postojeći čvor.



2.2 Dodaj 9

Pošto ima mesta, broj 9 se dodaje u postojeći čvor.



2.3 Dodaj 10

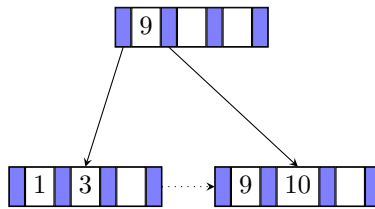
Pošto ima mesta, broj 10 se dodaje u postojeći čvor.



2.4 Dodaj 1

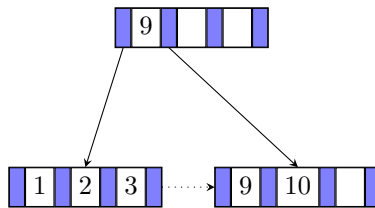
Pošto su sva mesta u postojećem čvoru popunjena, prave se dva nova čvora na sledećem nivou (nivo 1) i postavljaju se za decu korena. U svakom čvoru koji nije koren mora biti popunjena bar polovina mesta, što je u ovom slučaju 2. Vrednosti 1,3,9,10 se dele na dva dela a) 1 i 3 b) 9 i 10 i na osnovu njih se popunjavaju deca korena.

Koren se ažurira i sadrži vrednost koja je u sredini (1,3,9,10); u ovom slučaju je 9. Pokazivač levo od 9 pokazuje na levo dete, a pokazivač desno od 9 na desno dete.



2.5 Dodaj 2

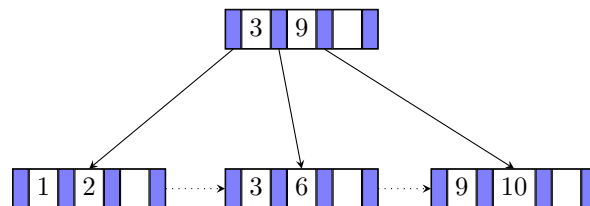
Da bi se odredilo mesto za 2, kreće se od korena i 2 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $2 < 9$, 2 se spušta u levo dete. Pošto je levo dete list i ima mesta za novu vrednost, 2 se dodaje u taj list i vrednosti se uređuju u rastućem poretku.



2.6 Dodaj 6

Da bi se odredilo mesto za 6, kreće se od korena i 6 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $6 < 9$, 6 se spušta u levo dete, koje je list. Pošto u levom detetu nema mesta za novu vrednost, mora se dodati novi list. Vrednostima levog lista dodaje se vrednost 6 i taj skup vrednosti se prvo uređuje u rastućem poretku, a zatim deli na dva dela sa po dve vrednosti: a) 1 i 2 b) 3 i 6. Vrednosti 3 i 6 se dodaju u novi list, a 1 i 2 ostaju u levom listu.

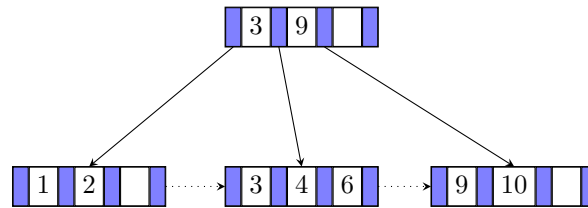
Ažurira se i koren, tj. dodaje mu se vrednost 3. Vrednosti u korenu se uređuju u rastućem poretku i postavljaju se odgovarajući pokazivači: pokazivač levo od 3 pokazuje na levo dete, pokazivač između 3 i 9 na novi list, a pokazivač desno od 9 na desno dete.



2.7 Dodaj 4

Da bi se odredilo mesto za 4, kreće se od korena i 4 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $3 < 4 < 9$, 4 se spušta u srednje dete. Pošto je

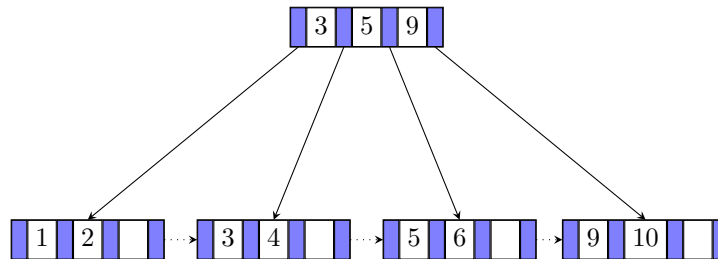
srednje dete list i ima mesta za novu vrednost, 4 se dodaje u taj list i vrednosti se uređuju u rastućem poretku.



2.8 Dodaj 5

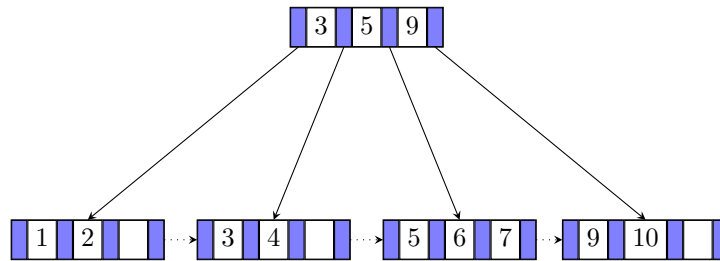
Da bi se odredilo mesto za 5, kreće se od korena i 5 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $3 < 5 < 9$, 5 se spušta u srednje dete, koje je list. Pošto u srednjem detetu nema mesta za novu vrednost, mora se dodati novi list. Vrednostima srednjeg lista dodaje se vrednost 5 i taj skup vrednosti se prvo uređuje u rastućem poretku, a zatim deli na dva dela sa po dva elementa: a) 3 i 4 b) 5 i 6. Vrednosti 5 i 6 se dodaju u novi list, a 3 i 4 ostaju u srednjem listu.

Pošto je dodat novi list, ažurira se i roditelj, u ovom slučaju koren. Korenu se dodaje vrednost 5. Vrednosti u korenu se uređuju u rastućem poretku i postavljaju se odgovarajući pokazivači: pokazivač levo od 3 pokazuje na skroz levo dete (1,2); pokazivač između 3 i 5 na stari srednji list (3,4), pokazivač između 5 i 9 na novi list (5, 6), a pokazivač desno od 9 na list sa vrednostima (9,10).



2.9 Dodaj 7

Da bi se odredilo mesto za 7, kreće se od korena i 7 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $5 < 7 < 9$, 7 se spušta do lista (5,6). Pošto u tom listu ima mesta za novu vrednost, 7 se dodaje u taj list i vrednosti se uređuju u rastućem poretku.



2.10 Dodaj 8

Da bi se odredilo mesto za 8, kreće se od korena i 8 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $5 < 8 < 9$, 8 se spušta do lista (5,6,7). Pošto u tom listu nema mesta za novu vrednost, mora se dodati novi list.

Vrednostima lista do kog se stiglo (5,6,7) dodaje se vrednost 8 i taj skup vrednosti se prvo uređuje u rastućem poretku, a zatim deli na dva dela sa po dva elementa: a) 5 i 6 b) 7 i 8. Vrednosti 7 i 8 se dodaju u novi list, a 5 i 6 ostaju u listu do koga se stiglo pri spuštanju od korena.

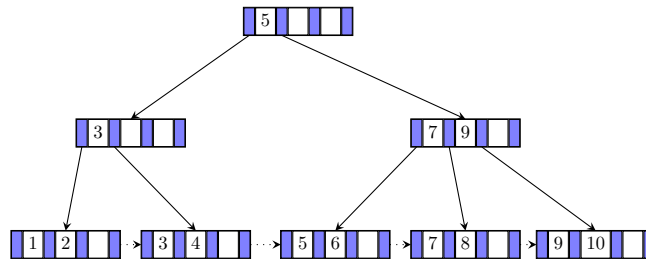
Pošto je dodat novi list, ažurira se i roditelj, u ovom slučaju koren. Korenu se dodaje vrednost 7. Pošto koren nema mesta za novu vrednost, koren se deli na dva čvora koja će biti dodata na nivo između listova i korena. Vrednostima korena 3,5 i 9 dodaje se vrednost 7 i taj skup vrednosti se prvo uređuje u rastućem poretku. Jedna od vrednosti u sredini (5 ili 7) se bira (npr. 5) i postavlja se (samo ona) u koren, a ostale vrednosti se raspoređuju u novu decu korena vodeći računa o uređenju. U levo dete se dodaje vrednost 3, a u desno dete vrednosti 7 i 9.

Postavljaju se odgovarajući pokazivači u korenu na decu na sledećem nivou: pokazivač levo od 5 pokazuje na novo levo dete sa 3; pokazivač desno od 5 na novo desno dete sa vrednostima 7 i 9.

Postavljaju se i odgovarajući pokazivači na listove u novim čvorovima na nivou 1. U novom levom detetu korena (3) pokazivač levo od 3 pokazuje na list (1,2), a pokazivač desno od 3 na list (3,4).

U novom desnom detetu korena (7, 9) pokazivač levo od 7 pokazuje na list (5, 6); pokazivač između 7 i 9 na list (7, 8), a pokazivač desno od 9 na list (9, 10).

Napomena: da je izabrana vrednost 7 za koren, novi levi list korena bi imao vrednosti 3 i 5, a novi desni list vrednost 9.

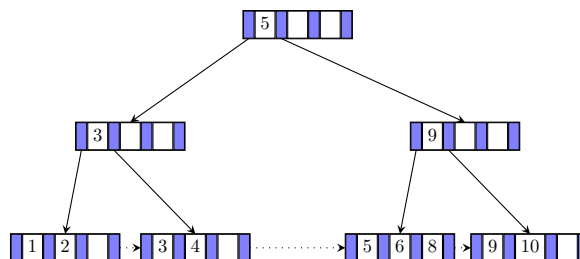


3 Brisanje vrednosti iz B⁺ drvetu

3.1 Obriši 7

Da bi se obrisala vrednost 7, prvo se traži u drvetu. Kreće se od korena i 7 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $5 < 7$, vrši se spuštanje u desno dete (7, 9). Pošto važi $7 \leq 7 < 9$, vrši se spuštanje u list (7, 8). Pošto u ovom listu postoji vrednost 7, briše se. Nakon brisanja vrednosti 7, list ima samo jednu vrednost. Pošto važi uslov da list mora imati bar 2 vrednosti, proverava se da li njegov levi (list (5, 6)) ili desni sused (list (9, 10)) mogu da prebace vrednost ili imaju mesta da prime vrednost 8, da bi uslov bio zadovoljen. Susedi ne mogu da prebace, ali imaju mesta da prime 8. 8 se dodaje levom susedu (list (5, 6)). List (7, 8) se briše.

Potrebno je ažurirati vrednosti i pokazivače u roditelju izmenjenih listova, tj. desnom detetu korena. Briše se vrednost 7 i ažuriraju se pokazivači. Pokazivač levo od 9 pokazuje na list (5, 6, 8), a pokazivač desno od 9 na list (9, 10).

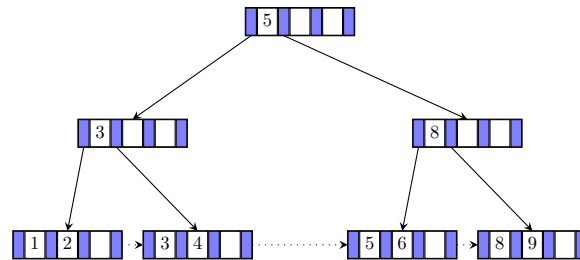


3.2 Obriši 10

Da bi se obrisala vrednost 10 prvo se traži u drvetu. Kreće se od korena i 10 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $5 < 10$, vrši se spuštanje u desno dete (sa 9). Pošto važi $9 < 10$, vrši se spuštanje u list sa vrednostima 9 i 10. Pošto u ovom listu postoji vrednost 10, briše se ta vrednost. Nakon brisanja vrednosti 10, list ima samo jednu vrednost (9). Pošto važi uslov da list mora imati bar 2 vrednosti, proverava se da li njegov levi sused (list sa vrednostima 5, 6 i 8) može da prebaci vrednost u list sa 9 ili ima mesta da primi vrednost 9

da bi uslov bio zadovoljen. Levi sused (5,6,8) može da prebaci jednu vrednost. Vrednost 8 se briše iz lista (5,6,8) i dodaje u list (9).

Potrebno je ažurirati vrednost i pokazivače u desnom detetu korena zbog promena u njegovim listovima. Vrednost 9 se ažurira na 8. Pokazivači u ovom čvoru se ne ažuriraju. Pokazivač levo od 8 pokazuje na list sa vrednostima 5 i 6, a pokazivač desno od 8 na list sa vrednostima 8 i 9.



3.3 Oбриši 6

Da bi se obrisala vrednost 6, prvo se traži u drvetu. Kreće se od korena i 6 se upoređuje sa vrednostima u korenu. Pošto važi $5 < 6$, vrši se spuštanje u desno dete (8). Pošto važi $6 < 8$, vrši se spuštanje u list (5, 6). Pošto u ovom listu postoji vrednost 6, briše se ta vrednost. Nakon brisanja vrednosti 6, list ima samo jednu vrednost (5). Pošto važi uslov da list mora imati bar 2 vrednosti, proverava se da li njegov desni sused (list (8, 9)) može da prebaci vrednost u list sa 5 ili ima mesta da primi vrednost 5 da bi uslov bio zadovoljen. Pošto sused sa 8 i 9 ima mesta da primi vrednost 5, 5 mu se dodaje. List koji je sadržao vrednosti 5 i 6 se briše. Pošto sada čvor (8) ima samo jedno dete (list (5, 8, 9)) i on se briše.

Koren sada ima samo jedno dete (3) te se i to dete briše, a njegove vrednosti se dodaju u koren i vrši se uređenje vrednosti u korenu.

Potrebno je ažurirati i pokazivače u korenu zbog nove situacije. Pokazivač levo od 3 pokazuje na list (1, 2); pokazivač između 3 i 5 pokazuje na list (3, 4), a pokazivač desno od 5 na list (5, 8, 9).

