

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ, 3Р) - Писмени испит 21.9.2023.

1. За густину расподеле општег члана низа случајних величина (X_n) важи да је

$$f_{X_n}(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Ако је $Y_n = \frac{1}{n(1+e^{-X_n})}$, испитати сва четири типа конвергенције низа случајних величина (Y_n) .

2. Компанија "SunTech" је развила нову врсту соларног панела и жели да испита просечну ефикасност у претварању сунчеве светлости у електричну енергију. За густину расподеле обележја X , које представља ефикасност соларних панела, важи да је $f(x; \alpha) = \alpha x^{\alpha-1}$, $x \in (0, 1)$, где је $\alpha > 0$ непознат параметар. Оснивачи компаније сматрају да је просечна ефикасност соларних панела једнака 0.7. Пре постављања на тржиште, "SunTech" је послао узорак од 10 нових панела у лабораторију на којима је извршена анализа ефикасности и добијени су следећи резултати: 0.991, 0.619, 0.959, 0.374, 0.228, 0.760, 0.628, 0.551, 0.779, 0.409. На основу добијеног узорка, са прагом значајности 0.1 тестирати најмоћнијим тестом да ли су власници у праву или је просечна ефикасност соларних панела мања.
3. Број поена на пријемном испиту за упис на Математички факултет има нормалну расподелу. Изабрано је 30 ученика на случајан начин и регистрован је њихов резултат на пријемном испиту:

број поена	[0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]	(80,100]
број ученика	3	2	9	11	5

На основу овог узорка, одредити 92.5% интервал поверења за просечан број поена свих ученика на пријемном испиту, такав да вероватноћа да просечан број поена свих ученика на пријемном испиту буде мањи од леве границе интервала поверења буде дупло мања од вероватноће да просечан број поена свих ученика на пријемном испиту буде већи од десне границе интервала поверења.