

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ, 3Р) - Писмени испит 4. септембар 2023.

1. Нека је (X_n) низ независних случајних величина чији општи члан има униформну $\mathcal{U}[2023, 2024]$ расподелу. Ако је

$$Y_n = \ln \left(\prod_{j=1}^{n+1} \frac{1}{\sqrt{X_j - 2023}} \right),$$

испитати да ли за низ случајних величина (aY_n) , где је a природан број већи од један, важи закон великих бројева.

2. Из популације чије обележје X има униформну $\mathcal{U}[0, \theta]$, $\theta > 0$, расподелу извучен је узорак обима n . За оцену непознатог параметра θ на основу тог узорка предлажу се оцене U и V , где је U оцена добијена методом максималне веродостојности, а $V = 2\bar{X}_n$. Испитати непристрасност и постојаност предложених оцена. Која оцена је боља у средње квадратном смислу?
3. Удружење банака Србије спроводи истраживање како би се испитала разлика просечне изложености банака кредитном и тржишном ризику. Претпоставља се да изложеност кредитном ризику има нормалну $\mathcal{N}(m_1, \sigma^2)$ расподелу, а изложеност тржишном ризику нормалну $\mathcal{N}(m_2, \sigma^2)$ расподелу, где су m_1 , m_2 и σ непознати. Измерене су изложености кредитном и тржишном ризику у неких 7 од свих банака које послују на територији Србије. Одредити ниво поверења симетричног у односу на разлику узорачких средина интервала поверења за разлику просечне изложености кредитном и тржишном ризику, ако је дужина тог интервала мања од 2.023σ са вероватноћом 0.98.