

1. Израчунати следеће интеграле

$$(a) \int \frac{\ln(x^2 + 6x + 10)}{(x + 1)^2} dx,$$

$$(б) \int_{-\frac{1}{2}}^{2\pi} f(x) dx,$$

$$(B) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx,$$

где је

$$f(x) = \begin{cases} \cos x \ln \frac{1+x}{1-x}, & x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \\ 5, & x = \frac{1}{2}, \\ \sqrt{1 - \cos^2 x}, & x \in \left(\frac{1}{2}, 2\pi\right]. \end{cases}$$

2. а) Израчунати обим и површину фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x}$ и правама $x = 1, y = 0$ и $x + y - 12 = 0$.

б) Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = \sin x$ на интервалу $[0, \pi]$ око x -осе.

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n^2}} - \cos \frac{2}{n} \right) (n - \ln(1 + n)),$$

$$(б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos(n\pi)}{\sqrt{n^4 + 2024}},$$

$$(B) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2^n} \left(\frac{3n - 2}{3n + 1} \right)^{n^2 + n}.$$

4. Дат је низ функција $f_n(x) = x^n e^{-(n+4)x}$.

а) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на $[0, 1]$.

б) Испитати равномерну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ на $[0, 1]$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)

1. Израчунати следеће интеграле

$$(a) \int \frac{\ln(x^2 + 6x + 10)}{(x + 1)^2} dx,$$

$$(б) \int_{-\frac{1}{2}}^{2\pi} f(x) dx,$$

$$(B) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx,$$

где је

$$f(x) = \begin{cases} \cos x \ln \frac{1+x}{1-x}, & x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \\ 5, & x = \frac{1}{2}, \\ \sqrt{1 - \cos^2 x}, & x \in \left(\frac{1}{2}, 2\pi\right]. \end{cases}$$

2. а) Израчунати обим и површину фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x}$ и правама $x = 1, y = 0$ и $x + y - 12 = 0$.

б) Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = \sin x$ на интервалу $[0, \pi]$ око x -осе.

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију следећих редова

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n^2}} - \cos \frac{2}{n} \right) (n - \ln(1 + n)),$$

$$(б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos(n\pi)}{\sqrt{n^4 + 2024}},$$

$$(B) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2^n} \left(\frac{3n - 2}{3n + 1} \right)^{n^2 + n}.$$

4. Дат је низ функција $f_n(x) = x^n e^{-(n+4)x}$.

а) Испитати равномерну конвергенцију овог низа на $[0, 1]$.

б) Испитати равномерну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ на $[0, 1]$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)