

1 Математика 3

1.1 Диференцијалне једначине

1.2 Системи диференцијалних једначина

1. Свести на нормални систем диференцијалну једначину: $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$,
и систем диференцијалних једначина: $y'' = z$, $z' = \frac{2y}{x^2} - y'$.

Решење.

2. Методом елиминације решити систем: $y'' = 2y - 3z$, $z'' = y - 2z$.

Решење.

3. Методом елиминације решити систем диференцијалних једначина: $x^2y' - z = 0$, $xz' + x(x^2 + 2)y = 4z$

Решење.

4. Методом елиминације решити систем диференцијалних једначина: $xy' - y - 3z = 0$,
 $xz' - y + z = 0$.

Решење.

5. Решити: $\frac{dx}{x+2+z^2} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$.

Решење.

6. Решити: $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z+u} = \frac{du}{x+y}$.

Решење.

7. Решити: $\frac{dx}{4y-3z} = \frac{dy}{4x-2z} = \frac{dz}{2y-3x}$.

Решење.

8. Решити Кошијев проблем система диференцијалних једначина: $\frac{dx}{x^2-y^2} = \frac{dy}{y^2-yz} = \frac{dz}{z(x+y)}$,
 $z(0) = -1, y(0) = 1$.

Решење.

9. Одредити опште решење нехомогеног линеарног система диференцијалних једначина:
 $y_1' = y_2 + \tan^2 x + 1, y_2' = -y_1 + \tan x$.

Решење.

10. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$y_1' = y_2 + \tan^2 x + 1,$$

$$y_2' = -y_1 + \tan x$$

, ако су позната два линеарно независна решења одговарајућег хомогеног система.

Решење.

11. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$y_1' = 5y_1 + 4y_2,$$

$$y_2' = 4y_1 + 5y_2.$$

Решење.

12. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y_1' &= 2y_1 + y_2, \\y_2' &= -y_1 + 2y_2.\end{aligned}$$

Решење.

13. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y_1' &= 5y_1 + 2y_2, \\y_2' &= -4y_1 - y_2.\end{aligned}$$

Решење.

14. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y_1' &= 3y_1 + y_2, \\y_2' &= -y_1 + y_2.\end{aligned}$$

Решење.

15. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y_1' &= 2y_1 + y_2, \\y_2' &= y_1 + 3y_2 - y_3, \\y_3' &= -y_1 + 2y_2 + 3y_3.\end{aligned}$$

Решење.

16. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y_1' &= 2y_1 - y_2 - y_3, \\y_2' &= 3y_1 - 2y_2 - 3y_3, \\y_3' &= -y_1 + y_2 + 2y_3.\end{aligned}$$

Решење.

17. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}xy_1' &= -6y_1 + y_2 + 3y_3, \\xy_2' &= -23y_1 + 6y_2 + 9y_3, \\xy_3' &= -y_1 - y_2 + 2y_3.\end{aligned}$$

Решење.