Топологија А, домаћи 5

Задатак 1. Наћи компактификацију једном тачком следећих простора:

1. $X_1 = \{x \in \mathbb{R}^2 | 2 < ||x|| < 3 \vee ||x|| < 1\}$;
2. $X_2 = \{x \in \mathbb{C} | |x| \leq 1 \vee |x-2| < 1\} \setminus \{1\}$;
3. $X_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2+y^2+z^2 = 1, z \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\} \sqcup \{x \in \mathbb{C} | 0 < |x| < 1\}$;
4. $X_4 = \{x \in \mathbb{C} | |x| < 1\} \sqcup \{x \in \mathbb{C} | |x| = 1, Im(x) \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})\}$.

Задатак 2. Нека је дат тополошки простор X и отворено, непрекидно пресликавање $f : X \to \mathbb{R}$ такво да је $f^{-1}(x)$ сепарабилан за свако $x \in \mathbb{R}$. Доказати да је X сепарабилан.

Задатак 3. Нека је X тополошки простор који садржи дискретан непребројив скуп D. Доказати да X не задовољава II аксиому пребројивости. Ако је X $T1$, доказати да X није Линделефов? Да ли X може да задовољава I аксиому пребројивости?