

MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKO PROGRAMIRANJE I OPTIMIZACIJA

DOMAĆI ZADATAK [13]

Wireless Mesh Network Planning Problem

Student:
Lazar MRKELA
1062/2014

Nastavnik:
Dr Zorica STANIMIROVIĆ

9. januar 2016



I. OPIS PROBLEMA

WMN se izgrađuje od tri vrste uređaja: ruteri, pristupne tačke i klijenti. Pored toga što klijentima pružaju pristup mreži, ruteri i pristupne tačke se mogu međusobno povezivati. Za razliku od rutera, pristupne tačke imaju sposobnost žičanog povezivanja. One imaju ulogu mrežnih prolaza ka žičanoj osnovi mreže (osnova u daljem tekstu). Zbog navedenih dodatnih sposobnosti, pristupne tačke imaju veću cenu instalacije.

Neka su date određene lokacije na kojima se mogu instalirati ruteri i pristupne tačke, kao i lokacije klijenata. Problem planiranja WMN predstavlja izbor nekog podskupa datih lokacija i izbor vrste uređaja koji će biti instaliran na određenoj lokaciji. Pri tome želimo da ukupni instalacioni troškovi budu što manji. Dodatno moramo uzeti u obzir pokrivenost svih klijenata (klijenti grupisani na nekom prostoru formiraju probne tačke) i rutiranje saobraćaja kroz mrežu.

U narednom poglavlju, problem je formulisan kao problem linearnog programiranja [1], a u tabeli 1 su definisane korišćene promenljive i parametri.

II. MATEMATIČKA FORMULACIJA PROBLEMA

Na osnovu prethodno definisanih promenljivih i parametara, planiranje WMN se formuliše kao problem linearnog programiranja:

$$\min \sum_{j \in S} (c_j z_j + p_j w_{jN}) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in S} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq z_j a_{ij} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in S \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} d_i x_{ij} + \sum_{l \in S} (f_{lj} - f_{jl}) - f_{jN} = 0 \quad \forall j \in S \quad (4)$$

$$f_{lj} + f_{jl} \leq u_{jl} y_{jl} \quad \forall j, l \in S \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} d_i x_{ij} \leq v_j \quad \forall j \in S \quad (6)$$

$$f_{jN} \leq u_{jN} w_{jN} \quad \forall j \in S \quad (7)$$

$$y_{jl} \leq z_j, \quad y_{jl} \leq z_l \quad \forall j, l \in S \quad (8)$$

$$y_{jl} \leq b_{jl} \quad \forall j, l \in S \quad (9)$$

$$z_{j\ell}^{(i)} + \sum_{h=\ell+1}^{L_i} x_{ij_h}^{(i)} \leq 1 \quad \forall \ell = 1 \dots L_i - 1 \quad \forall i \in I \quad (10)$$

$$x_{ij}, z_j, y_{jl}, w_{jN} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad \forall j, l \in S \quad (11)$$

Tabela 1: Parametri i promenljive

S	skup kandidatskih lokacija za uređaje
I	skup probnih tačaka
S_i	uređen (nerastuće po jačini signala) podskup lokacija koje mogu da pokriju probnu tačku i
L_i	broj elemenata skupa S_i
c_j	cena instalacije rutera na lokaciji j
p_j	dodatna cena instalacije pristupne tačke na lokaciji j
d_i	saobraćaj generisan u probnoj tački i
u_{jl}	kapacitet veze između lokacija j i l
u_{jN}	kapacitet veze između lokacije j i osnove (parametar M iz originalnog modela koji je bio isti za sve lokacije)
v_j	pristupni kapacitet lokacije j
a_{ij}	uređaj na lokaciji j pokriva probnu tačku i
b_{jl}	lokacije j i l mogu biti povezane
x_{ij}	probna tačka i pridružena lokaciji j
z_j	uređaj instaliran na lokaciji j
w_{jN}	pristupna tačka instalirana na lokaciji j
y_{jl}	uspostavljena veza između lokacije j i l
f_{jl}	protok saobraćaja na vezi između lokacija j i l
f_{jN}	protok saobraćaja između lokacije j i osnove

Funkcija cilja predstavlja ukupnu cenu instalacije mreže. Ukupna cena je zbir troškova sa svih lokacija. Trošak na jednoj lokaciji predstavlja cenu instaliranja rutera na toj lokaciji i dodatnu cenu za instaliranje pristupne tačke, ako je ona instalirana na toj lokaciji.

Prethodno definisana ograničenja imaju sledeća značenja:

- 2 Garantuje se pokrivenost svih probnih tačaka. Svaka probna tačka je dodeljena tačno jednoj lokaciji.
- 3 Probna tačka može biti pridružena nekoj lokaciji samo ako je na toj lokaciji instaliran neki uređaj i ako ta lokacija pokriva tu probnu tačku
- 4 Garantuje balans saobraćaja kroz neku lokaciju. Prva suma predstavlja ukupan saobraćaj svih probnih tačaka pridruženih posmatranoj lokaciji, druga predstavlja razliku saobraćaja od susednih lokacija ka posmatranoj i od posmatrane lokacije ka susednim, na kraju se oduzima saobraćaj od posmatrane lokacije ka osnovi. Ukupna vrednost mora biti jednaka nuli za svaku lokaciju.

- 5 Ukupan saobraćaj između dve lokacije neće premašiti kapacitet veze između te dve lokacije.
- 6 Ukupan saobraćaj između probnih tačaka, pridruženih nekoj lokaciji i te lokacije neće premašiti pristupni kapacitet te lokacije.
- 7 Saobraćaj od neke lokacije ka osnovi postoji samo ako je na toj lokaciji instalirana pristupna tačka i da u tom slučaju ne može da premaši određeni kapacitet
- 8 Veza između dve lokacije može biti uspostavljena samo ako na obe lokacije postoji neki uređaj.
- 9 Veza između dve lokacije može biti uspostavljena samo ako to dozvoljava dati parametar.
- 10 Probna tačka mora biti pridružena najboljoj mogućoj lokaciji. Za svaku probnu tačku postoji uređen skup lokacija koje je pokrivaju. Ako na nekoj lokaciji iz tog skupa postoji instaliran uređaj, onda probna tačka ne može biti pridružena drugoj lokaciji koja je u poretku posle posmatrane.
- 11 Određene promenljive mogu da uzimaju samo binarne vrednosti, tzv. promenljive odlučivanja.

III. INSTANCE

Instance su generisane u skladu sa uputstvom datim u literaturi. Generator instanci je kreiran u programskom jeziku C#. Aplikacija omogućava zadavanje različitih parametara na osnovu kojih se generišu instance, kao i grafički prikaz generisanih instanci i rešenja problema.

I. Generisanje instanci

Svi slučajni brojevi su generisani sa uniformnom raspodelom. Parametri za generisanje su:

- N Broj kandidatskih lokacija
- M Broj probnih tačaka
- a Dužina stranice kvadrata na kojem će biti raspoređene kandidatske lokacije i probne tačke
- d Domet veze između dve lokacije
- s Domet pristupne veze lokacija
- r Odnos između cene instaliranja rutera i probne tačke
- t Saobraćaj koji zahteva svaka probna tačka
- c_1 Kapacitet pristupne veze svake lokacije
- c_2 Kapacitet veze između svake dve lokacije
- c_3 Kapacitet veze između svake lokacije i osnove.

Vrednosti parametara su izražene u proizvoljnim jedinicama. Na primer za parametre a , d i s mogu se uzeti

metri, a za t , c_1 , c_2 , c_3 Mbps. Vrednost funkcije cilja može se računati u stotinama dolara.

Prvo se generiše N lokacija. Za svaku koordinatu se uzima slučajan ceo broj iz intervala $[0, a]$. Probne tačke se postavljaju tako da instanca bude dopustiva. Za svaku probnu tačku prvo se na slučajan način bira neka lokacija, zatim se tačka na slučajan način postavlja u domet te lokacije, tj. u krug prečnika s sa centrom u toj lokaciji. Tako je svaka probna tačka pokrivena bar jednom lokacijom.

Za svaku probnu tačku, nalazimo lokacije koje su na rastojanju manjem od s i sortiramo ih neopadajuće po tom rastojanju (kod realnih instanci, sortiranje bi se vršilo po jačini signala). Dalje, za svake dve lokacije koje su na rastojanju manjem od d pravimo jednu vezu. Cene instalacije rutera i pristupnih tačaka se lako određuju na osnovu parametra r .

II. Primer instance

```

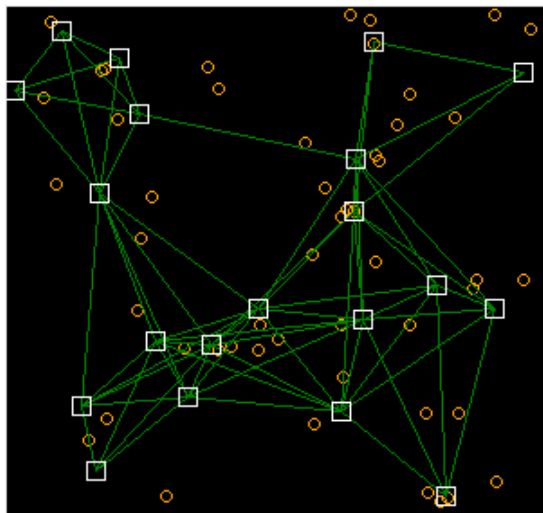
2 4
2
1 0
2
1 0
2
0 1
2
0 1
1
0 1 54
44 93 3
53 109 3
76 156 3
44 146 3
43 157 1 9 54 128
42 84 1 9 54 128
&2&4&200&1/10&3&

```

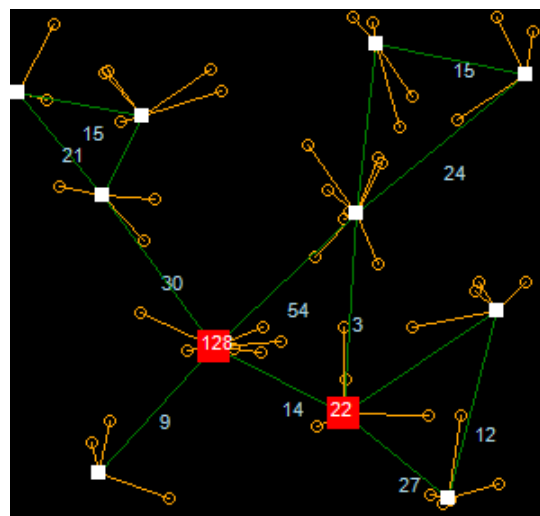
U prvom redu su redom parametri N i M . Zatim sledi $2M$ redova koji se odnose na pokrivenost probnih tačaka. Za svaku probnu tačku postoje dva reda. U prvom redu je broj lokacija kojima je tačka u dometu, a u drugom je sortiran niz rednih brojeva tih lokacija. Niz je sortiran neopadajuće po rastojanju od probne tačke. Sledeći red sadrži broj veza između lokacija. Zatim sledi po jedan red za svaku vezu koji sadrži redne brojeve lokacija koje su povezane i parametar c_2 . Zatim sledi red za svaku probnu tačku sa koordinatama (zbog grafičkog prikaza) i parametrom t . Na kraju, za svaku lokaciju ide red sa

koordinatama, cenom instalacije rutura, dodatnom cenom instalacije pristupne tačke i parametrima c_1 i c_3 . Poslednja linija sadrži parametre i služi samo za lakši ispis rezultata. Parametri a, d, s, r su redom 200, 250, 100, 1/10.

Slika 1: Grafički prikaz instance *small6.txt*. Kvadrati predstavljaju kandidatske lokacije, krugovi probne tačke, a zelene linije moguće veze.



Slika 2: Grafički prikaz rešenja instance *small6.txt*. Beli kvadrati predstavljaju instalirane rutere, crveni kvadrati pristupne tačke. Svaka probna tačka je pridružena nekoj lokaciji. Označena je količina saobraćaja na vezama između lokacija, kao i ka osnovi mreže.



IV. REZULTATI

Generisano je ukupno 60 instanci, podeljenih u tri grupe od po 20 instanci. Grupe su formirane prema veličini instanci, redom male, srednje i velike. Pri generisanju instanci menjani su parametri N, M, a, r, t . Parametri d, s, c_1, c_2, c_3 su fiksirani za sve instance i uzimaju vrednosti redom 250, 100, 54, 54, 128. Jedna instanca i njeno rešenje prikazani su na slikama 1 i 2.

Model, kao i operacije učitavanja instanci i ispisivanja rezultata su napisani u programskom jeziku C. Instance su rešavane pomoću IBM ILOG CPLEX Teaching Edition 12.1 rešavača. Rezultati prikazani u tabelama 2, 3 i 4 dobijeni su na mašini sa procesorom AMD A6 2.70 GHz i 8 GB RAM memorije. Instance velikih dimenzija rešavane su na jednom jezgru procesora. Vreme izvršavanja ograničeno je na 4 sata i u tabelama prikazano u sekundama. Kod instanci kod kojih ni za 4 sata nije pronađeno optimalno rešenje, umesto vremena stoji crtica i *gap* vrednost različita od nule.

V. ANALIZA REZULTATA

Na osnovu dobijenih rezultata možemo izneti neke pretpostavke. Povećanjem parametra t vrednost funkcije cilja raste. Ovo je sasvim očekivano jer zahtevi za većim saobraćajem zahtevaju više rutera i pristupnih tačaka. Zatim, kako se parametar r približava jedinici (smanjuju se dodatni troškovi za instaliranje pristupnih tačaka), očekivano se smanjuje i vrednost funkcije cilja. Ono što je zanimljivije jeste da se pri tome, u nekim slučajevima, smanjuje i vreme izvršavanja. Zatim, smanjivanjem parametra a , vrednost funkcije cilja se smanjuje, a vreme izvršavanja raste. Kada smestimo mrežu na manju površinu dolazi do stvaranja novih veza i probne tačke se pokrivaju sa više lokacija. Ovo omogućava da manji broj instaliranih uređaja zadovolji potrebe probnih tačaka, ali mreža postaje kompleksnija i potrebno je više vremena za rešavanje.

Instance, izvršna verzija kao i izvorni kod programa mogu se preuzeti na adresi: http://alas.matf.bg.ac.rs/~mi11145/LazarMrkela_MPIO_domaci.rar

LITERATURA

- [1] E. Amaldi, A. Capone, M. Cesana, I. Filippini, F. Malucelli (2008). Optimization models and methods for planning wireless mesh networks. *Computer Networks*, 52:2159–2171.

Tabela 2: Instance malih dimenzija

Instanca	N	M	a	r	t	Rezultat	Vreme	Iteracija	Čvorova
small1.txt	20	50	600	1/10	3	31.000	0.044	82	0
small2.txt	40	100	800	1/10	3	50.000	0.071	277	0
small3.txt	60	150	1000	1/10	3	65.000	0.390	697	0
small4.txt	80	180	1100	1/10	3	89.000	2.887	38254	566
small5.txt	100	250	1200	1/10	3	99.000	1.933	13596	427
small6.txt	20	50	600	1/10	3	29.000	0.053	53	0
small7.txt	20	50	600	1/10	6	38.000	0.109	1225	59
small8.txt	20	50	600	1/10	9	47.000	0.112	225	0
small9.txt	20	50	600	1/10	12	56.000	0.141	1526	61
small10.txt	20	50	600	1/10	1	20.000	0.038	52	0
small11.txt	40	100	800	1/10	3	49.000	0.071	220	0
small12.txt	40	100	1000	1/10	3	51.000	0.095	195	0
small13.txt	40	100	700	1/10	3	47.000	0.088	220	0
small14.txt	40	100	600	1/10	3	41.000	2.358	24056	304
small15.txt	40	100	500	1/10	3	38.000	6.263	44833	457
small16.txt	60	150	1000	1/10	3	68.000	1.585	22956	503
small17.txt	60	150	1000	1/4	3	44.000	0.421	785	0
small18.txt	60	150	1000	1/2	3	36.000	0.247	678	0
small19.txt	60	150	1000	3/4	3	33.333	0.278	505	0
small20.txt	60	150	1000	10/11	3	32.400	0.194	392	0

Tabela 3: Instance srednjih dimenzija

Instanca	N	M	a	r	t	Rezultat	Vreme	Iteracija	Čvorova
medium1.txt	150	400	1300	1/10	3	154.000	25.473	105102	511
medium2.txt	200	500	1500	1/10	3	192.000	36.696	99895	528
medium3.txt	250	600	1700	1/10	3	236.000	155.628	435208	4454
medium4.txt	300	700	1800	1/10	3	270.000	152.754	171642	543
medium5.txt	350	900	1900	1/10	3	328.000	244.148	207246	591
medium6.txt	250	600	1700	1/10	1	143.000	494.351	1339861	11309
medium7.txt	250	600	1700	1/10	3	233.000	78.608	128399	549
medium8.txt	250	600	1700	1/10	6	359.000	157.126	382851	3680
medium9.txt	250	600	1700	1/10	9	485.000	70.467	132424	526
medium10.txt	250	600	1700	1/10	12	611.000	89.661	159003	528
medium11.txt	150	400	1300	1/10	3	150.000	37.456	146808	506
medium12.txt	150	400	1200	1/10	3	143.000	81.349	215573	512
medium13.txt	150	400	1100	1/10	3	143.000	131.816	232583	518
medium14.txt	350	900	2000	1/10	3	345.000	414.055	823843	5626
medium15.txt	350	900	2400	1/10	3	382.000	108.351	409734	4467
medium16.txt	300	700	1800	1/10	3	270.000	136.584	192423	514
medium17.txt	300	700	1800	1/4	3	168.000	134.358	1414882	10663
medium18.txt	300	700	1800	1/2	3	134.000	9.894	5279	0
medium19.txt	300	700	1800	4/5	3	121.250	8.359	3241	0
medium20.txt	300	700	1800	10/11	3	118.700	11.933	23525	364

Tabela 4: Instance velikih dimenzija

Instanca	N	M	a	r	t	Rezultat	Vreme	Iteracija	Čvorova	Gap
large1.txt	500	1000	2000	1/10	3	359.000	6012.964	736840	485	0.0000
large2.txt	600	1400	2100	1/10	3	465.000	9952.312	895760	533	0.0000
large3.txt	800	2000	2300	1/10	3	625.000	–	1185631	511	0.0040
large4.txt	900	2300	2400	1/10	3			out of memory		
large5.txt	1000	2500	2500	1/10	3			out of memory		
large6.txt	1000	2500	2600	1/10	3			out of memory		
large7.txt	1000	2500	2700	1/10	3			out of memory		
large8.txt	1000	2500	2800	1/10	3			out of memory		
large9.txt	900	2300	2400	4/5	3			out of memory		
large10.txt	900	2300	2400	1/2	3			out of memory		
large11.txt	900	2300	2400	1/6	3			out of memory		
large12.txt	700	1600	2050	1/10	3	501.000	–	955303	427	0.0144
large13.txt	700	1600	2100	1/10	3	704.000	–	814740	328	0.2929
large14.txt	700	1600	2150	1/10	3	513.000	–	1171282	522	0.0123
large15.txt	700	1600	2200	1/10	3	518.000	–	910847	387	0.0103
large16.txt	800	2000	2300	1/10	3	627.000	–	924204	400	0.0111
large17.txt	800	2000	2300	1/10	4	951.000	–	1121592	411	0.2013
large18.txt	800	2000	2300	1/10	5	961.000	–	853960	309	0.0595
large19.txt	800	2000	2300	1/10	6	1051.000	–	1267221	511	0.0055
large20.txt	800	2000	2300	1/10	8	1329.000	–	1185259	480	0.0030