

NUMERIČKE METODE – ISPITNA PITANJA 2023.

INTERPOLACIJA

- Konstrukcija Hermitovog interpolacionog polinoma – slučaj poznatih vrednosti $(x_i, f(x_i), f'(x_i))$.
- Konstrukcija Hermitovog interpolacionog polinoma u opštem slučaju korišćenjem podeljenih razlika. Ocena greške.
- Konstrukcija Hermitovog interpolacionog polinoma u opštem slučaju svođenjem na Hermitove polinome nižeg stepena.
- Definicija splajna reda m . Konstrukcija linearnog ($m=1$) i kvadratnog splajna ($m=2$).
- Teorema o egzistenciji, jedinstvenosti i svojstvu minimalnosti kubnog splajna. Dokazati svojstvo minimalnosti kubnog splajna i jedinstvenost.
- Konstruktivni algoritam za kubni splajn.
- Podeljene razlike funkcije dve promenljive. Polinom sa podeljenim razlikama za interpolaciju funkcije dve promenljive.
- Konačne razlike funkcije dve promenljive. Polinom sa konačnim razlikama za interpolaciju unapred funkcije dve promenljive.
- Konačne razlike funkcije dve promenljive. Polinom sa konačnim razlikama za interpolaciju unazad funkcije dve promenljive.
- Numeričko diferenciranje funkcije dve promenljive.
- Osnovne kubatorne formule pravougaonika, trapeza i Simpsona na pravougaoniku $[a,b] \times [c,d]$.
- Numerička integracija funkcije dve promenljive. Uopštene kubatorne formule pravougaonika, trapeza i Simpsona na pravougaoniku $[a,b] \times [c,d]$.
- Numerička integracija funkcije dve promenljive na oblasti $G \subseteq \mathbb{R}^2$.

APROKSIMACIJA FUNKCIJA

- Element najbolje aproksimacije u linearnom normiranom prostoru: definicija, egzistencija i jedinstvenost.
- Element najbolje aproksimacije u Hilbertovom prostoru: definicija, egzistencija i jedinstvenost.
- Srednjekvadratna aproksimacija
- Metoda najmanjih kvadrata
- Aproksimacija periodične funkcije u smislu srednjekvadratne aproksimacije
- Aproksimacija periodične funkcije u smislu metode najmanjih kvadrata.
- Furijeov red i Furijeova transformacija (opšti slučaj)
- Furijeov razvoj 2π -periodične funkcije, T -periodične i neperiodične funkcije.
- Diskretna Furijeova transformacija (DFT)
- Primene Diskretne Furijeove transformacije (obrada signala, konvolucija vektora, množenje polinoma).
- Brza Furijeova transformacija (FFT). Šema "leptir" za realizaciju FFT.
- Stacionarni i nestacionarni signali. Kratkotrajna Furijeova transformacija (STFT).

SISTEMI NELINEARNIH JEDNAČINA

- Iterativne metode za rešavanje sistema nelinearnih jednačina– opšte karakteristike.
- Metoda proste iteracije. Banahova teorema o nepokretnoj tački i primena za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.
- Metoda proste iteracije i modifikacije. Konstrukcija iterativnog niza, uslovi konvergencije preko norme Jakobijana, kriterijumi zaustavljanja. Primena na slučaj sistema linearnih jednačina.

- Njutn-Rapsonova metoda i modifikacije. Formulirati teoremu o konvergenciji Njutn-Rapsonovog niza (bez dokaza). Ocena greške, kriterijum zaustavljanja.
- Metoda najbržeg spusta – konstrukcija iterativnog niza i osobine.
- Metoda najbržeg spusta – slučaj kvadratne funkcije.
- Gradijentne metode – uslovi konvergencije i brzina konvergencije.
- Metoda konstantnog spusta- konstrukcija iterativnog niza, uslov konvergencije.
- Metoda konjugovanih vektora– konstrukcija iterativnog niza i osobine (slučaj kvadratne funkcije)
- Metoda konjugovanih vektora– konvergencija iterativnog niza (slučaj kvadratne funkcije)
- Metoda konjugovanih gradijenata– konstrukcija iterativnog niza i osobine (slučaj kvadratne funkcije)
- Modifikacije metode konjugovanih gradijenata za slučaj kvadratne funkcije u cilju određivanja minimuma proizvoljne nelinearne funkcije.

KOŠIJEVI I GRANIČNI PROBLEMI ZA OBIČNE DIFERENCIJALNE JEDNAČINE (ODJ)

- Ojlerova metoda i njene modifikacije.
- Metode tipa Runge-Kuta – osnovne postavke. Ocena greške, red greške.
- Izvesti formule za metodu Runge-Kuta reda jedan koristeći osnovne postavke metode. Navesti način dobijanja formula za metodu Runge-Kuta višeg reda.
- Rungeova ocena greške za metode tipa Runge-Kuta.
- Prediktor-korektor metode: metoda Milnea.
- Prediktor-korektor metode: metoda Adamsa.
- Metoda uzastopnih aproksimacija. Metoda Tejlorovog razvoja. Metoda stepenih redova.
- Stabilnost numeričkih algoritama za rešavanje Košijevog problema za ODJ.
- Metoda gađanja i primena na različite tipove graničnih problema.
- Metoda konačnih razlika za fukciju jedne promenljive (objasniti kroz primer).
- Metoda konačnih razlika za fukciju dve promenljive (objasniti kroz primer).