

**ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 1.9.2022.**

1. За густину расподеле обележја  $X$  важи да је

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} x^{-\frac{1+\theta}{\theta}}, \quad x > 1, \quad \theta > 0.$$

Ако за параметар  $\alpha$  важи да је  $\alpha = E(\log \sqrt{X})$ , на основу узорка обима  $n$ , одредити оцену максималне веродостојности параметра  $\alpha$  и испитати њену ефикасност и постојаност.

2. Истраживач је на основу узорка обима 8 тестирао хипотезу  $H_0$ (обележје  $X$  има биномну  $\mathcal{B}(2, p)$  расподелу), где је  $p$  познато, против хипотезе  $H_1$ (обележје  $X$  има Пуасонову  $\mathcal{P}(1)$  расподелу) користећи критичну област  $W$ , за коју важи да је  $W = \left\{ \sum_{k=1}^8 x_i \leq c \right\}$ . При томе је добио да је вероватноћа грешке прве врсте 0.05, а вероватноћа грешке друге врсте 0.00823. Одредити вредност параметра  $p$  који је користио при израчунавању.
3. За густину општег члана низа случајних величина  $(X_n)$  важи да је  $f_{X_n}(x) = \frac{7^n}{(7^{2n}-1)x^2}, \quad x \in [7^{-n}, 7^n]$ . Ако је  $Y_n = 7^{-(1+\frac{1}{n})} I\{X_n < 1\} + X_n I\{X_n \geq 1\}$ , испитати средње квадратну конвергенцију низа случајних величина  $(Y_n)$ .