

Име и презиме: _____

Максималан број поена је 5. У угластим заградама су наведени поени.

ЗАДАТАК 1.

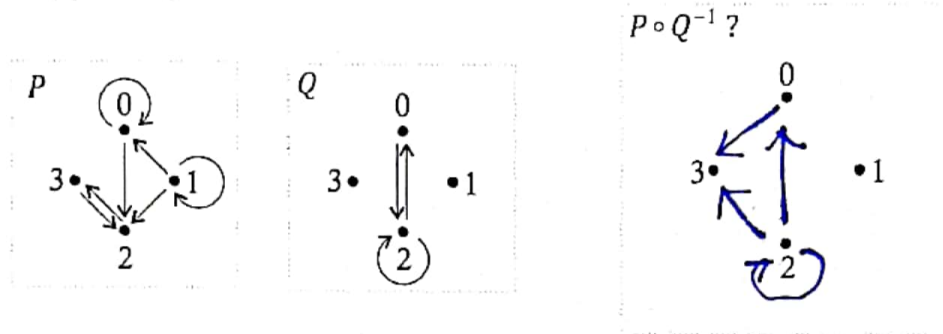
1.1 Одредити пресек скупа:

$$\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}) = \{\{\emptyset\}\} \quad [0.2]$$

1.2 Одредити разлику партитивних скупова:

$$\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) \setminus \mathcal{P}(\{0, 2\}) = \{\{1\}, \{0, 1\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\} \quad [0.2]$$

1.3 На сликама су приказане две бинарне релације P и Q , скупа $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Нацртати граф релације $P \circ Q^{-1}$.



[0.6]

ЗАДАТАК 2. [1] Доказати природном дедукцијом

$$\exists x (A(x) \Rightarrow B(x)), \forall x (A(x) \wedge C(x)) \vdash \exists x (B(x) \wedge C(x))$$

1. $\exists x (A(x) \Rightarrow B(x))$ претпоставка
2. $\forall x (A(x) \wedge C(x))$ претпоставка
3. $\neg A(c) \Rightarrow B(c)$ д. претпоставка
4. $A(c) \wedge C(c)$ $\forall x E, 2$
5. $A(c)$ $\wedge E, 4$
6. $C(c)$ $\wedge E, 4$
7. $B(c)$ $\Rightarrow E, 5, 3$
8. $B(c) \wedge A(c)$ $\wedge I, 7, 5$
9. $\exists x (B(x) \wedge A(x))$ $\exists x I, 8$
10. $\exists x (B(x) \wedge A(x))$ $\exists x E, 1, 3-9$

ЗАДАТАК 3. Нека је X скуп који има бар два елемента (тј. $|X| \geq 2$) и $F : X \times X \rightarrow \mathcal{P}(X)$ функција дата са $F(x, y) = X \setminus \{x, y\}$, за $(x, y) \in X \times X$.

3.1 Да ли је F 1-1 функција? Детаљно образложити одговор. [0.5]

Не. Нека су $a, b \in X$ различити елементи; $a \neq b$
 Тада је $(a, b) \neq (b, a)$, али је
 $F(a, b) = X \setminus \{a, b\} = F(b, a)$.

3.2 Да ли је F на функција? Детаљно образложити одговор. [0.5]

Не. Скуп $X \in \mathcal{P}(X)$ није слика ниједног пара,
 јер је за све $x, y \in X$, $X \setminus \{x, y\} \neq X$, тј.
 $F(x, y) \neq X$.

ЗАДАТАК 4. Да ли за било које скупе важе наведене једнакости? Уколико је одговор потвр-
 дан, навести доказ. У супротном, навести пример скупова за које једнакост није тачна.

4.1 $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ [1]

Не. Нпр. $A = \{0, 1, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$
 $A \setminus (B \setminus C) = \{0, 1, 4, 5\} \setminus \{1, 2\} = \{0, 4, 5\}$
 $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = \{0, 5\} \cup \{0, 1\} = \{0, 1, 5\}$

4.2 $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ [1]

Да.

$$(x, y) \in A \times (B \setminus C) \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B \setminus C \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B \wedge y \notin C$$

$$(x, y) \in (A \times B) \setminus (A \times C) \Leftrightarrow (x, y) \in A \times B \wedge (x, y) \notin A \times C$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in B) \wedge \neg (x \in A \wedge y \in C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in B) \wedge (x \notin A \vee y \notin C)$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge y \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge y \in B \wedge y \notin C)$$

$$\Leftrightarrow \perp \vee (x \in A \wedge y \in B \wedge y \notin C)$$

Дакле,

$$(x, y) \in A \times (B \setminus C) \Leftrightarrow (x, y) \in (A \times B) \setminus (A \times C)$$