

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА А (4МНЛ, ЗР) - Писмени испит 12.1.2022.

1. За густину расподеле $f_{X,Y}(x, y)$ случајног вектора (X, Y) важи да је

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 0.625, & -1 < x < 1, -0.6x - 0.4 \leq y \leq -0.6x + 0.4, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Одредити условну густину расподеле случајне величине Y при услову $X \in (-0.5, 0.75)$.

2. На столу се налазе два шпила од по 8 картица нумерисаних бројевима од 1 до 8. Игра се одвија тако што се сваки шпил посебно промеша, а онда такмичар истовремено окреће картице са врхова оба шпила док се не окрену све картице. Сваки пут када су окренуте картице нумерисане истим бројем, такмичар осваја поен. Ако је такмичар освојио поен у првом окретању, добија 10 евра, ако је освојио 4 поена у прва четири окретања, добија 100 евра, ако је освојио бар 6 узастопних поена, добија 1000 евра, а ако је освојио свих 8 поена добија 5000 евра. Ако је задовољио више од једног услова, добија највећи од освојених износа. Одредити очекивани добитак такмичара.
3. У једном складишту налази се N , $N > 400$, тениских лоптица од којих је свака оштећена са вероватноћом 0.01. Врши се тестирање лоптица тако што се из складишта редом узимају лоптице. За сваку од лоптица случајно се бира травната или бетонска подлога, и на њој се тестира лоптица. Вероватноћа избора травнате подлоге сваки пут је три пута већа него вероватноћа избора бетонске подлоге. Приликом тестирања може такође доћи до оштећења. Уколико је изабрана лоптица била неоштећена и тестирана на травнатој подлози, вероватноћа да се оштети приликом тестирања износи 0.005, а уколико је тестирана на бетонској подлози та вероватноћа је 0.065. Одредити најмање N тако да са вероватноћом бар 0.9 број оштећених лоптица буде бар 24 пута мањи од броја неоштећених лоптица.