

Испит из Математике 3, Ц смер, 23.6.2022.

1. Нека је низ x_n задат са

$$4x_{n+2} = 4x_{n+1} - x_n, \quad n \geq 1$$
$$x_1 = 2, x_2 = \frac{3}{4}.$$

Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x_n}{n}$$

и сумирати га ако конвергира.

2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = |\sin x|$, $-\pi < x < \pi$. Израчунати суме редова $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k}{4k^2-1}$ и $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4k^2-1}\right)^2$.

3. Решити диференцијалну једначину

$$x^3 y''' + xy' - y = 3x^4.$$

4. а) Свести једначину

$$x^2 u_{xx} + u_{yy} + 2xu_x + u_y \cot y = 0, \quad x \in (0, \infty), y \in (0, \frac{\pi}{2})$$

на канонски облик.

б) Наћи функцију $f \in C^2(0, \infty)$ такву да једначина има решење облика $u(x, y) = f(x) \cos y$, које задовољава услове

$$u(1, y) = \cos y, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 0.$$

Испит из Математике 3, Ц смер, 23.6.2022.

1. Нека је низ x_n задат са

$$4x_{n+2} = 4x_{n+1} - x_n, \quad n \geq 1$$
$$x_1 = 2, x_2 = \frac{3}{4}.$$

Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x_n}{n}$$

и сумирати га ако конвергира.

2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = |\sin x|$, $-\pi < x < \pi$. Израчунати суме редова $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k}{4k^2-1}$ и $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4k^2-1}\right)^2$.

3. Решити диференцијалну једначину

$$x^3 y''' + xy' - y = 3x^4.$$

4. а) Свести једначину

$$x^2 u_{xx} + u_{yy} + 2xu_x + u_y \cot y = 0, \quad x \in (0, \infty), y \in (0, \frac{\pi}{2})$$

на канонски облик.

б) Наћи функцију $f \in C^2(0, \infty)$ такву да једначина има решење облика $u(x, y) = f(x) \cos y$, које задовољава услове

$$u(1, y) = \cos y, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 0.$$