

**Испит из елементарне теорије бројева, 3L, 21.8.2021.**

1. [10] Решити једначину у скупу целих бројева

$$x^2 - xy + 5x - 2y = 2.$$

2. [10] Показати да следећа једначина нема решења у скупу целих бројева:

$$3x^2 + 5y^2 = 4444$$

3. [10] Показати да ако природан број  $n$  има 3, 5 и 7 као једине просте факторе, да тада  $\varphi(n) \neq 4500$ .
4. [10] Да ли конгруенција  $x^2 \equiv -363 \pmod{89}$  има решења?
5. [10] Одредити факторизацију броја  $35 + 35i$  на просте факторе (као Гаусов цео број).
6. [13] Наћи све природне бројеве  $n$  за које је  $\left[ \frac{n^3 + 8n^2 + 1}{3n} \right]$  прост број.
7. [12] Одредити све природне бројеве који су 33 пута већи од збира својих цифара.

**Испит из елементарне теорије бројева, 3L, 21.8.2021.**

1. [10] Решити једначину у скупу целих бројева

$$x^2 - xy + 5x - 2y = 2.$$

2. [10] Показати да следећа једначина нема решења у скупу целих бројева:

$$3x^2 + 5y^2 = 4444$$

3. [10] Показати да ако природан број  $n$  има 3, 5 и 7 као једине просте факторе, да тада  $\varphi(n) \neq 4500$ .
4. [10] Да ли конгруенција  $x^2 \equiv -363 \pmod{89}$  има решења?
5. [10] Одредити факторизацију броја  $35 + 35i$  на просте факторе (као Гаусов цео број).
6. [13] Наћи све природне бројеве  $n$  за које је  $\left[ \frac{n^3 + 8n^2 + 1}{3n} \right]$  прост број.
7. [12] Одредити све природне бројеве који су 33 пута већи од збира својих цифара.